



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

---

# **Metodología para la planeación de las maniobras de control de voltaje en un sistema eléctrico de potencia**

**Jeider Augusto Pérez Arenas**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Departamento de Energía Eléctrica y Automática  
Medellín, Colombia  
2016



# **Metodología para la planeación de las maniobras de control de voltaje en un sistema eléctrico de potencia**

**Jeider Augusto Pérez Arenas**

Trabajo final presentado como requisito parcial para optar al título de:  
Magister en Ingeniería Eléctrica

Director:

Prof. Ernesto Pérez González Ph.D.

Codirector:

Prof. Jairo José Espinosa Oviedo Ph.D.

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Departamento de Energía Eléctrica y Automática

Medellín, Colombia

2016



## Resumen

En el presente documento se propone una metodología para la planeación de las maniobras en el control de voltaje en los sistemas eléctricos de potencia. Esta metodología busca determinar mediante técnicas de optimización no lineal, una posición óptima de los equipos de compensación conmutables, teniendo en cuenta la reducción de las pérdidas de potencia eléctrica, la conservación del margen de reserva de potencia reactiva en las unidades de generación despachadas y el número de maniobras a realizar en un periodo de tiempo multihorario.

**Palabras clave:** Control óptimo de voltaje, potencia reactiva y control de voltaje, perfiles de voltaje, Optimización multi-objetivo.

## **Abstract**

The present document proposes a methodology for planning voltage control maneuvers in electric power systems. This methodology seeks to determine by means of non-linear optimization techniques, an optimal position of switchable compensation equipment, taking into account the reduction of electrical power losses, the preservation of reactive power reserve margin in dispatched generation units and the maneuvers number to be performed in a multi-hour period of time.

**Keywords:** Optimal voltage control, voltage and reactive control, Voltage profile, Multi-objective optimization.

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen .....</b>	<b>V</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>VI</b>
<b>Lista de figuras.....</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de tablas .....</b>	<b>XI</b>
<b>Introducción .....</b>	<b>1</b>
<b>1 CONTROL DE VOLTAJE .....</b>	<b>3</b>
1.1 Generalidades .....	3
1.2 Referenciamiento controles automáticos de voltaje .....	4
1.2.1 Sistema eléctrico Guizhou sur de China [2].....	4
1.2.2 Control óptimo de voltaje en la red de PJM[1] .....	6
1.3 Control de voltaje en Colombia .....	7
<b>2 Formulación del problema de optimización .....</b>	<b>9</b>
2.1 Modelado del Sistema Eléctrico.....	10
2.1.1 Modelo línea de transmisión.....	10
2.1.2 Modelo del transformador .....	11
2.1.3 Modelo de la carga.....	12
2.1.4 Modelo del generador .....	13
2.1.5 Modelo equipos de compensación de reactiva .....	15
2.1.6 Demanda de energía.....	15
2.1.7 Matriz Y barra .....	17
2.1.8 Tipos de nodos.....	17
2.2 Función objetivo.....	18
2.2.1 Pérdidas de potencia.....	19
2.2.2 Margen de potencia reactiva dinámica en el sistema .....	21
2.2.3 Minimización del número de maniobras .....	21
2.3 Restricciones del problema.....	23
2.3.1 Límites operativos .....	23
2.3.2 Ecuaciones del flujo de carga.....	23
2.3.3 Modelamiento de la compensación paralelo.....	24
2.4 Método de solución al problema de optimización.....	28
<b>3 Simulación y resultados .....</b>	<b>29</b>
3.1 Sistema de prueba.....	29
3.2 Resultados de la simulación .....	35

3.2.1	Conjunto de Pareto.....	35
3.2.2	Optimización combinatoria.....	38
3.2.3	Optimización multihoraria .....	43
<b>4</b>	<b>Conclusiones y recomendaciones .....</b>	<b>51</b>
4.1	Conclusiones.....	51
4.2	Trabajos futuros .....	52
<b>A.</b>	<b>Anexo: Descripción paso a paso metodología propuesta .....</b>	<b>54</b>
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>59</b>



## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
<b>Figura 1-1.</b> Flujo de potencia reactiva línea Chuntai y pérdidas de potencia del sistema [6] .....	6
<b>Figura 1-2.</b> Promedio perfiles de voltaje PJM [1].....	7
<b>Figura 2-1:</b> Modelo PI línea de transmisión [13].....	10
<b>Figura 2-2:</b> Modelo transformador bidevanado formato PSSE[15].....	12
<b>Figura 2-3.</b> Curva de capacidad generador [17].....	14
<b>Figura 2-4.</b> Aproximación rectangular curva de capacidad de un generador.....	14
<b>Figura 2-5.</b> Modelo equipos de compensación inductivo y capacitivo. ....	15
<b>Figura 2-6.</b> Demanda pronostico del sistema colombiano para una semana. ....	16
<b>Figura 2-7.</b> Demanda pronostico del SIN por áreas para un día. ....	16
<b>Figura 2-8.</b> Modelo de impedancia para un elemento de red[24]. ....	19
<b>Figura 2-9.</b> Diagrama fasorial caída de voltaje entre dos nodos. ....	20
<b>Figura 2-10.</b> Función de penalización a las maniobras. ....	22
<b>Figura 2-11.</b> Conexión compensación paralelo. ....	24
<b>Figura 2-12.</b> Número de inyecciones de potencia reactiva en el nodo k.....	25
<b>Figura 2-13.</b> Funciones de penalización variables auxiliares. ....	26
<b>Figura 3-1.</b> Diagrama unifilar sistema eléctrico de prueba de 48 nodos.....	29
<b>Figura 3-2.</b> Conjunto de Pareto obtenido para diferentes valores de $\lambda$ .....	38
<b>Figura 3-3.</b> Distribución de los diferentes valores de función objetivo obtenidos en la optimización combinatoria. ....	41
<b>Figura 3-4.</b> Distribución acumulada de los diferentes valores de función objetivo obtenidos en la optimización combinatoria. ....	41
<b>Figura 3-5.</b> Comparación de los voltajes nodales del sistema entre la mejor solución de la optimización combinatoria y la aplicación de la metodología. ....	42
<b>Figura 3-6</b> Comparación de la potencia reactiva de los generadores del sistema entre la mejor solución de la optimización combinatoria y la aplicación de la metodología.....	42
<b>Figura 3-7.</b> Curva de demanda de energía sistema eléctrico de prueba. ....	43
<b>Figura 3-8.</b> Funciones de penalización empleadas en la optimización multihoraria. ....	47
<b>Figura 3-9.</b> Análisis desviaciones de voltaje promedio en los 24 periodos para diferentes factores de penalización.....	47
<b>Figura 3-10.</b> Análisis pérdidas de potencia eléctrica en los 24 periodos para diferentes factores de penalización.....	48
<b>Figura 3-11.</b> Análisis potencia reactiva de los generadores en los 24 periodos para diferentes factores de penalización .....	48

**Figura 3-12.** Análisis número de maniobras realizadas en los 24 periodos para diferentes factores de penalización .....49

## Lista de tablas

	Pág.
<b>Tabla 3-1.</b> Parámetros de las barras del sistema eléctrico de prueba. ....	30
<b>Tabla 3-2.</b> Parámetros de las líneas de transmisión en p.u. del sistema eléctrico de prueba. ....	31
<b>Tabla 3-3.</b> Parámetros de los Transformadores en p.u. del sistema eléctrico de prueba.	33
<b>Tabla 3-4.</b> Potencia reactiva inyectada al nodo en base de 100 MVar equivalente de la combinación de estados de conexión de los equipos de compensación conmutable. ....	33
<b>Tabla 3-5.</b> Parámetros de los generadores usando una potencia base de 100 MVA. ....	34
<b>Tabla 3-6.</b> Resultados de las simulaciones para diferentes valores de $\lambda$ . ....	36
<b>Tabla 3-7.</b> Detalle de tipos de nodo. ....	38
<b>Tabla 3-8.</b> Detalle de los generadores en p.u. base 100 MVA. ....	39
<b>Tabla 3-9.</b> Detalle de las cargas en p.u. base 100 MVA. ....	39
<b>Tabla 3-10.</b> Programa de despacho de las unidades de generación del sistema eléctrico de prueba en MW. ....	44
<b>Tabla 3-11.</b> Detalle de las cargas del sistema eléctrico de prueba en porcentaje de la demanda. ....	46



# Introducción

En un sistema eléctrico la energía se transmite desde las centrales de generación a los usuarios a través de los sistemas de transmisión y distribución, pasando por diferentes niveles de voltaje en su recorrido. En este proceso se generan pérdidas de energía y potencia, producidas por la conducción de la energía eléctrica a través de un medio físico y resultan ser inevitables.

Las pérdidas eléctricas causan variaciones de voltaje entre los nodos emisores y receptores, las cuales van aumentando a medida que se aleja de la fuente de generación y pueden llegar a ocasionar problemas de estabilidad. Para mitigar este efecto, son instalados equipos de compensación que pueden ser de naturaleza dinámica o estática, los cuales inyectan potencia reactiva al sistema y mejoran los perfiles de voltaje. No obstante realizar una correcta coordinación entre todos estos elementos no resulta fácil y su dificultad aumenta en sistema eléctricos de gran magnitud debido al número de variables que se deben procesar[1].

Otro factor que está relacionado con este fenómeno es el comportamiento dinámico de la demanda del sistema, la cual tiende a ser periódica día tras día y en países subdesarrollados con un alto porcentaje de demanda residencial presenta picos de consumo muy altos generando cambios abruptos entre periodos de bajo consumo en comparación con periodos de consumo muy alto. Estas variaciones hacen que el voltaje sea difícil de controlar ya que en unos periodos por las líneas se encuentran atravesando altas corrientes y en otros se pasa a bajas corrientes, cambiando el comportamiento inductivo y capacitivo de estos elementos.

En la revisión bibliográfica realizada se identificó que se han instalados controles automáticos que realizan las maniobras para el control de voltaje en diferentes sistemas eléctricos, en los cuales se destaca muchos beneficios en cuanto a la calidad de las acciones realizadas ya que se procesan grandes volúmenes de información en cortos periodos de tiempo, confiabilidad y disminución del error desde el punto de vista operativo. Desde el punto de vista sistémico se refleja una mejora en los perfiles de voltaje del sistema, reducción de las pérdidas eléctricas y aumento de los márgenes de estabilidad[2], [3].

En este trabajo se presenta el desarrollo de una metodología que permite realizar la planeación de las maniobras para el control de voltaje de un sistema eléctrico, garantizando los límites operativos de las variables eléctricas y considerando las pérdidas del sistema, los márgenes de potencia reactiva y el número de maniobras a realizar durante un periodo de tiempo multihorario y se encuentra dividido de la siguiente manera:

En la primera sección se encuentra las generalidades del control de voltaje, los criterios que se tienen en cuenta en la realización, ejemplos del referenciamiento realizado sobre controles automáticos para la realización del control de voltaje a nivel mundial y como se realiza hoy en día en Colombia. En la sección número dos se detalla sobre los tipos de modelos utilizados para representar los elementos de los sistemas eléctricos y el planteamiento del problema de optimización. En la sección número tres se muestran los resultados obtenidos en tres escenarios diferentes, optimización de Pareto, análisis de todas las posibles combinaciones y resultados para la optimización de los 24 periodos de un día y se finaliza con la última sección en la cual se exponen las conclusiones y se deja una línea abierta para trabajos futuros.

# **1 CONTROL DE VOLTAJE**

## **1.1 Generalidades**

El control de voltaje consiste en mantener el perfil de voltaje en todos los nodos del sistema dentro de los rangos establecidos, en condiciones de estado estable y bajo condiciones de perturbación. Un voltaje supera el rango superior puede causar deterioro a los aislamientos de los equipos eléctricos de manera inmediatamente o afectar su vida útil, en cambio los bajos voltajes son peligrosos para la estabilidad del sistema, además que se aumentan las pérdidas debido a que es necesaria compensar con más corriente para mantener una misma potencia [4], [5].

Para el control de voltaje se utilizan equipos compensadores de potencia reactiva, algunos de los más utilizados son los siguientes [5]:

- La primera fuente dinámica de potencia reactiva es el generador, el cual mantiene el voltaje en barras en un valor fijo variando la potencia reactiva entregada al sistema. Generalmente en un buen control de voltaje se busca no llevar la potencia reactiva del generador a sus valores límites para que ante una perturbación se cuente con reserva.
- Instalar compensación en derivación, estos equipos se conectan o se desconectan dependiendo de las necesidades del sistema, tienen como desventaja que su paso son discretos y puede hacer que las variaciones de voltaje producidas sean significativas.
- Recurrir a los cambiadores de tomas de transformadores bajo carga, mediante el cambio de la relación del número de espiras entre el devanado primario y secundario se produce una variación del voltaje, este cambio puede llegar a ser como máximo alrededor del 15%.
- Compensadores síncronos, son una clase particular de generadores empleados para que su potencia de salida sea solo de reactiva.
- Equipos FACTS son sistemas de última tecnología que hacen uso de la electrónica de potencia para producir potencia reactiva al sistema.

La correcta coordinación de todos estos equipos llega a ser bastante complejas en sistemas eléctricos de gran magnitud. Además se suman otros aspectos importantes como el mercado de energía que hacen que los generadores estén constantemente variando su generación y cambiando el flujo de potencia por las líneas, la misma demanda cuando presenta grandes variaciones entre picos y valles y equipos con poca confiabilidad[6][7].

La automatización de las maniobras para el control de voltaje en los sistemas eléctricos es un tema avanzado en países desarrollados, basados en técnicas de optimización han logrado la reducción de las pérdidas de potencia eléctrica, aumento en la estabilidad de tensión y reducción de los tiempos de respuesta ante eventos, No obstante, a pesar de las ventajas el modelo matemático no resulta simple, ya que se requiere un correcto modelado de todos los elementos del sistema y dependiendo del número de equipos conmutables de compensación, las combinaciones entre estos generan múltiples estados de operación que aumentan el grado de dificultad del problema.

## **1.2 Referenciamiento controles automáticos de voltaje**

Para tener un referente a nivel internacional, se describen algunos sistemas eléctricos de potencia que cuentan con mecanismos de control automático de las maniobras de voltaje. En la mayoría de estos sistemas se habla de controles jerárquicos, es decir se cuenta con un controlador universal del sistema que evalúa las condiciones de seguridad y manda un requerimiento a un controlador secundario encargado de una porción de la red, a su vez el controlador secundario distribuye las acciones a ejecutar a los dispositivos primarios que finalmente son los que los encargados de ejecutar las maniobras. El control secundario puede o no existir.[5].

### **1.2.1 Sistema eléctrico Guizhou sur de China [3].**

La red eléctrica de Guizhou se describe como la principal fuente de envío de energía eléctrica del sur de china a las regiones de este y oeste. Adicionalmente presenta grandes desafíos en la regulación manual de voltaje y potencia reactiva, debido a las concentraciones de la carga, la generación y la compensación.



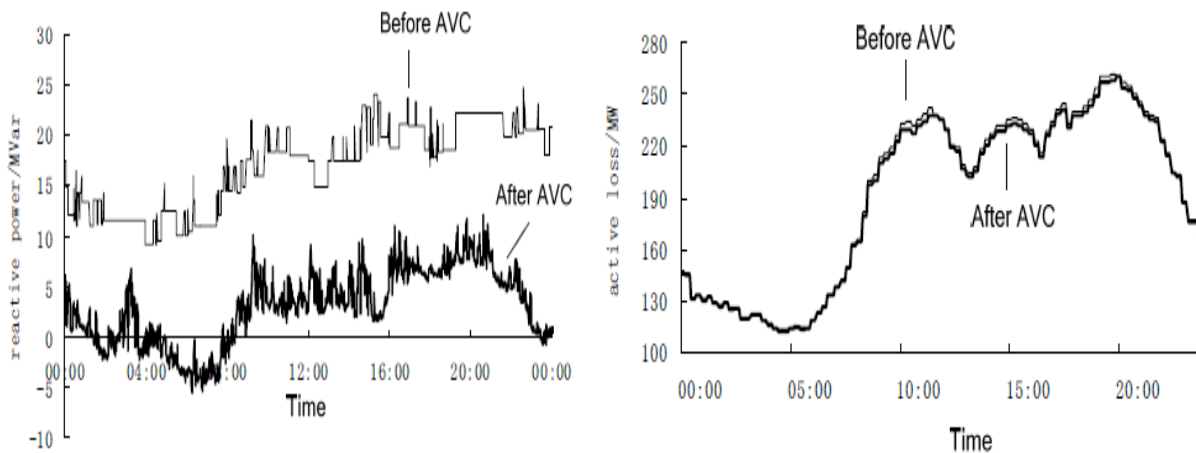
Para suplir estas debilidades fue implementado un control jerárquico de control de voltaje en el sistema, que realiza una coordinación entre generadores, compensación y cambiadores de tomas de los principales transformadores. Basado en un problema de flujo de carga óptimo el automatismo busca disminuir las pérdidas en el sistema, manteniendo los voltajes dentro de rangos permisibles de operación.

Consideraciones en el sistema de control:

- Sensibilidad: La sensibilidad del sistema es obtenida a través de la matriz características del sistema, los generadores con reguladores de voltaje son modelados como PV y los nodos de compensación como PQ.
- Partición en áreas: El sistema se divide acorde al acoplamiento entre los nodos, las fuentes de compensación controlables y el número mínimo de áreas requeridas para implementar el control. El cálculo de las áreas debe ser dinámico y estar sujeto a cambios topológicos de la red.
- Control Secundario: El sistema de control secundario realiza una partición del esfuerzo de los sistemas de control dentro del área con el fin de llegar a los valores pilotos de referencia.
- Control terciario: El sistema de control terciario realiza un proceso de optimización global, cuyo objetivo es encontrar los valores de referencia en nodos pilotos que minimicen las pérdidas de potencia en el sistema. Los valores objetivos en los nodos pilotos son enviados al control secundario.
- Coordinación entre áreas: El sistema realiza una coordinación entre las áreas para mantener el balance de potencia reactiva entre las mismas.

Resultados obtenidos:

El sistema fue implementado en agosto de 2010, inicialmente con 6 plantas de generación y 7 transformadores en un distrito. Como resultado se muestra la potencia reactiva antes y después transferida por la línea Chuntai y las pérdidas de potencia del sistema en un periodo de 24 horas.

**Figura 1-1.** Flujo de potencia reactiva línea Chuntai y pérdidas de potencia del sistema [9]

En las gráficas se observa como la transferencia de potencia reactiva disminuye a través de la línea lo que mejora los márgenes de estabilidad de voltaje, adicionalmente las pérdidas de potencia también se disminuyen lo que lleva a una operación más económica.

### 1.2.2 Control óptimo de voltaje en la red de PJM[2]

El sistema interconectado de PJM cuenta con una capacidad de generación instalada de 180400 MW y 97920 km de líneas de transmisión, debido a su gran magnitud y los requerimientos de seguridad, no es posible realizar un control de voltaje de forma manual.

#### Parámetros de seguridad:

Los parámetros en los cuales se basó el sistema de control, fueron determinados con base en la experiencia de los operadores y los requerimientos de seguridad del sistema

- La peor violación por bajo voltaje, pre-contingencia y post contingencia.
- La peor violación por alto voltaje, pre-contingencia y post-contingencia.
- La peor sobrecarga, pre-contingencia y post-contingencia.
- La peor violación por límite térmico, pre-contingencia y post-contingencia.

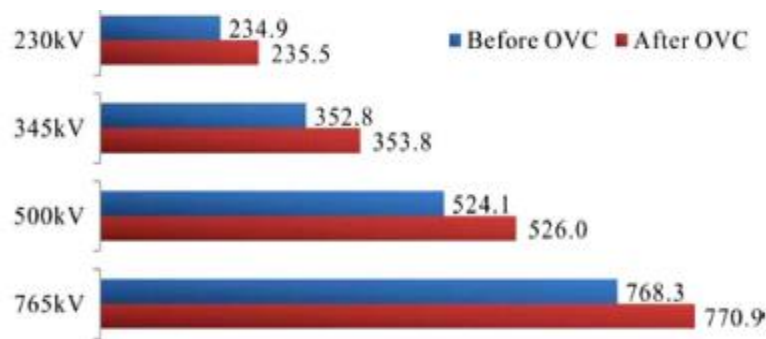
### Estrategia de control:

La estrategia comienza con tomar del sistema SCADA (Supervisión Control y Adquisición de Datos), el estado de la red topológica y las medidas, le aplica un análisis de seguridad para revisar las condiciones del sistema y garantizar que ninguna violación esté presente, por otra parte aplica un flujo de carga optimo con el fin de minimizar las pérdidas del sistema, reúne los dos resultados anterior y diseña una estrategia para el control de voltaje a aplicar.

### Evaluación y resultados

- Perfiles de voltaje: El valor promedio de los perfiles de voltaje del sistema aumentaron, lo que conlleva a un aumento en los márgenes de estabilidad del sistema.

**Figura 1-2.** Promedio perfiles de voltaje PJM [2]



- Pérdidas: Las pérdidas de potencia se redujeron aproximadamente en 1.19 % después de la implementación, es equivalente a 220 millones de kW/año con un costo de 17 millones de dólares.
- Reservas de potencia reactiva: Las reservas de potencia reactiva aumentaron en un valor de 1.08 %, garantizando una mejor condición de potencia reactiva ante contingencias.
- El número de violaciones se disminuyeron considerablemente, en un 99.3 % de los casos bases tomado de la red real no se encontraron violaciones de voltaje

## 1.3 Control de voltaje en Colombia

En el caso colombiano el control de voltaje se encuentra centralizado a cargo de la empresa operadora del sistema eléctrico de potencia XM y se realiza de forma manual en coordinación con los operadores de los equipos, siguiendo una prioridad de conexión o desconexión establecida por norma la cual se lista a continuación[10][11]:

Bajar voltaje en el sistema:

- 1) Ajuste de voltajes objetivo de generadores.
- 2) Cambio de posición de los taps de transformadores.
- 3) Desconexión de condensadores.
- 4) Conexión de reactores.
- 5) Desconexión de líneas de transmisión o distribución en horas de baja carga.

Subir voltaje en el sistema:

- 1) Conexión de líneas de transmisión o distribución.
- 2) Desconexión de reactores.
- 3) Conexión de condensadores.
- 4) Cambio de posición de los taps de transformadores.
- 5) Ajuste de voltajes objetivo de generadores.

XM como operador del sistema eléctrico colombiano, coordina las maniobras para el control de voltaje con los operadores de red mediante instrucciones telefónicas (conexión, desconexión, movimientos de taps), estos a su vez tiene un tiempo regulatorio para ejecutarla (10 minutos para la mayoría de los equipos) y una vez realizada se comunica con XM en un tiempo inferior a 5 minutos para el reporte. Sin contar el tiempo que duran las llamadas pueden pasar 15 minutos entre la instrucción y la confirmación, muy grande en condiciones de emergencia[12].

En algunas subestaciones de Colombia se encuentran instalados controles automáticos de voltaje que funcionan de forma local denominados VQ o VQC definidos por sus siglas en inglés como ("Voltage Reactive Power Control"), el cual es un controlador que mediante algoritmos de control y decisión buscan mantener el voltaje dentro de la banda de operación normal actuando sobre los elementos de compensación conmutable o sobre los cambiadores de taps de los transformadores o autotransformadores. Su ventaja es que responden con rapidez antes situaciones de emergencia, pero ya que sus decisiones están basadas en las variables locales no tienen una integralidad sobre las necesidades de todo el sistema[13].

## 2 Formulación del problema de optimización

Para la formulación de un problema de optimización de un sistema eléctrico de potencia se deben definir los siguientes elementos [14]:

- **Modelo eléctrico:** Se define matemáticamente la forma cómo se representa el comportamiento del sistema eléctrico y que suposiciones se realizan. El modelo puede ser estático o dinámico dependiendo de las necesidades de optimización.
- **Variables de decisión:** Representan las decisiones que se pueden tomar sobre el sistema y que afectan la función objetivo. Estas variables pueden ser independientes o clasificarlas como variables auxiliares. En el modelo de optimización se considera como variables de decisión los voltajes objetivos de los generadores y la posición de estado (conectado y desconectado) de los interruptores de los equipos de compensación conmutables.
- **Función objetivo:** La función objetivo o función de costo es una relación matemática entre las variables de decisión, los parámetros del sistema y las restricciones. Permite medir cuantitativamente el funcionamiento del sistema.
- **Restricciones:** Representan las limitaciones físicas y operativas del sistema, están representadas mediante ecuaciones o inecuaciones, las cuales pueden a su vez ser de carácter lineal o no lineal

En general un problema de optimización se define como:

Minimizar	$f(x)$	(Función objetivo)
Sujeto a:	$h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m$	(Restricciones de igualdad)
	$g_j(x) \leq C_j, j = 1, 2, \dots, m$	(Restricciones de desigualdad)

Resolver el problema de optimización consiste en encontrar el valor de las variables de decisión que llevan el valor de la función objetivo a su valor mínimo o máximo según sea el objetivo, satisfaciendo las restricciones del sistema.

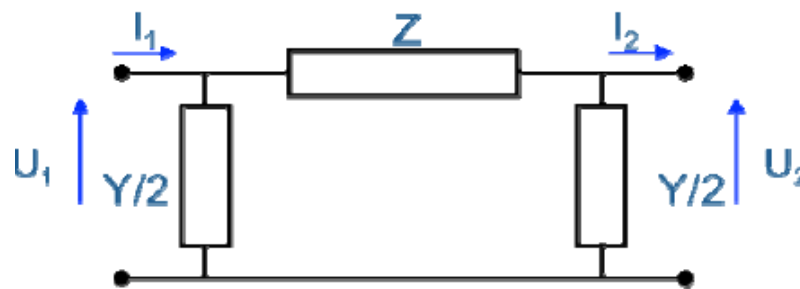
## 2.1 Modelado del Sistema Eléctrico

En este trabajo se optó por usar un modelo estático que representa las condiciones de estado estable del sistema. A continuación se describen los diferentes modelos de los equipos usados para esta investigación.

### 2.1.1 Modelo línea de transmisión

Una línea de transmisión se define como una estructura física de geometría uniforme, utilizada para transportar eficientemente la energía desde un punto a otro. Está definida por sus variables eléctricas como lo son la resistencia en serie o en corriente continua, su inductancia serie y capacitancia y conductancia en paralelo. El modelo de línea de transmisión a utilizar depende principalmente del estudio que se quiera realizar y la longitud de la misma, para estado estacionario el modelo más utilizado es el modelo de línea de transmisión PI de parámetros concentrados, con este modelo podemos realizar estudios de caídas de voltaje y regulación de voltaje y pérdidas [15], [16].

**Figura 2-1:** Modelo PI línea de transmisión [16]



Los parámetros que definen el modelo son[15]:

- **Resistencia serie:** Es la oposición que genera el material al paso de la corriente eléctrica, es la principal causa de las pérdidas de potencia en la línea y está determinada por la siguiente ecuación.

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad (2.1)$$

Dónde:

$\rho$ = Resistividad del conductor.

$l$ = Longitud del conductor.

$A$ = Área de la sección transversal del conductor.

Esta ecuación introduce un error cuando el conductor no es sólido sino trenzado, ya que los filamentos suelen ser más largos por el arrollamiento del mismo, adicionalmente en corriente alterna aparece el fenómeno de efecto piel el cual causa que el flujo no se distribuya uniformemente a través del conductor.

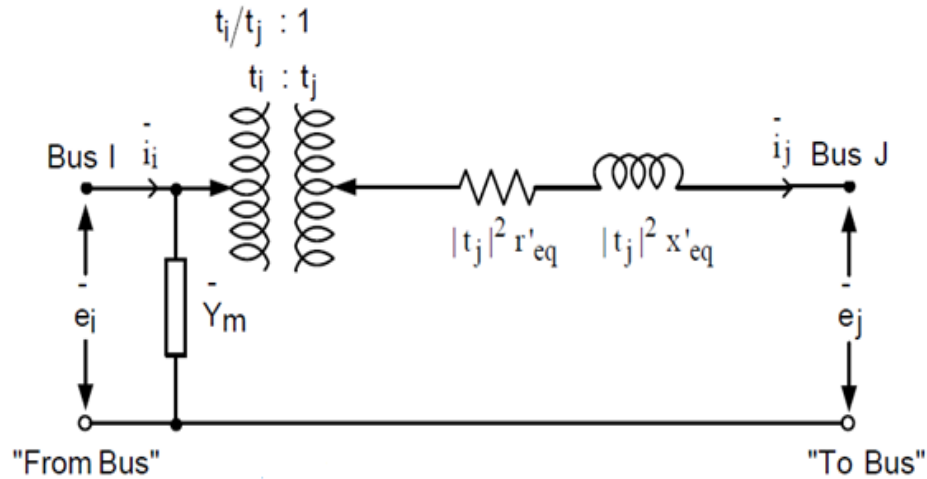
- **Inductancia serie:** A lo largo de la línea se producen tres flujos de corriente alterna, el que se genera en la periferia de la línea y se extiende hasta el infinito, un segundo flujo que se produce al interior del conductor y por último el resultado de la suma de todos los flujos de los conductores cercanos, estos flujos crean una fuerza electromotriz inducida que se oponen a las causas que la producen originando una reactancia.
- **Conductancia en paralelo:** Las pérdidas que se producen por este fenómeno son corrientes de fuga en aisladores y pérdidas por efecto corona, en magnitud son muy pequeñas y generalmente se desprecian en estudios de sistemas de potencia.
- **Capacitancia en paralelo:** La capacitancia en paralelo modela el campo eléctrico que se produce entre los conductores de la línea de transmisión y entre cada conductor y la tierra, debido a la presencia de carga eléctrica y el aire que se comporta como material dieléctrico.

### 2.1.2 Modelo del transformador

Un transformador se puede definir como un dispositivo eléctrico que permite variar el nivel de voltaje de una red de corriente alterna, manteniendo el equilibrio entre la potencia de entrada y de salida. Consta esencialmente de un circuito magnético cerrado sobre el que se arrollan dos o más bobinados los cuales no se conectan físicamente sino a través del flujo magnético que se produce[17][18].

La relación entre el voltaje en el bobinado primario y el secundario está determinada por el número de vueltas de cada uno. Para algunos transformadores esta relación no es fija y permite realizar pequeñas variaciones para ajustar el voltaje en uno de los extremos a las necesidades del sistema[17].

**Figura 2-2:** Modelo transformador bidevanado formato PSSE[18].



Dónde:

- $t_i$ : Número de vueltas del devanado primario en base al voltaje nominal.
- $t_j$ : Número de vueltas del devanado secundario en base al voltaje nominal.
- $\bar{Y}_m$ : Admitancia de magnetización.
- $r'_{eq}$ : Resistencia del transformador entre los nodos i y j medida en p.u.
- $x'_{eq}$ : Reactancia del transformador entre los nodos i y j medida en p.u.

### 2.1.3 Modelo de la carga

Existen diferentes formas de modelar la carga de un sistema eléctrico de potencia, la utilización de uno u otro modelo depende de cada caso específico y del estudio que se desea realizar, si la carga es netamente industrial, residencial o una combinación de ambas. A continuación se detallan algunos modelos comúnmente utilizados[19]:



- **Impedancia constante:** Es un modelo estático de carga donde la potencia varía directamente con el cuadrado de la magnitud del voltaje.
- **Corriente Constante:** Es un modelo estático de carga donde la potencia varia directamente con la magnitud del voltaje.
- **Potencia Constante:** Modelo de carga donde la potencia no varía con respecto a los cambios en la magnitud del voltaje, se le conoce también como modelo MVA constante.
- **Polinomial:** Es un modelo estático de carga que muestra las relaciones entre la potencia y la magnitud del voltaje como una ecuación polinomial. Corresponde a una combinación lineal de los modelos de carga de impedancia constante, corriente constante y potencia constante.
- **Exponencial:** El modelo exponencial está compuesto por las siguientes ecuaciones, donde los valores  $P_0$ ,  $V_0$ ,  $f_0$  corresponden a las condiciones iniciales de la carga, o a sus valores nominales.  $\alpha$  y  $\beta$  corresponden a las sensibilidades de potencia activa y reactiva con respecto a la magnitud del voltaje para el punto  $(P_0, V_0, f_0)$ .

$$P = P_0[\alpha_1(\bar{V})^2 + \alpha_2\bar{V} + \alpha_3](1 + k_{pf}\Delta f) \quad (2.2)$$

$$Q = Q_0[\beta_1(\bar{V})^2 + \beta_2\bar{V} + \beta_3](1 + k_{qf}\Delta f) \quad (2.3)$$

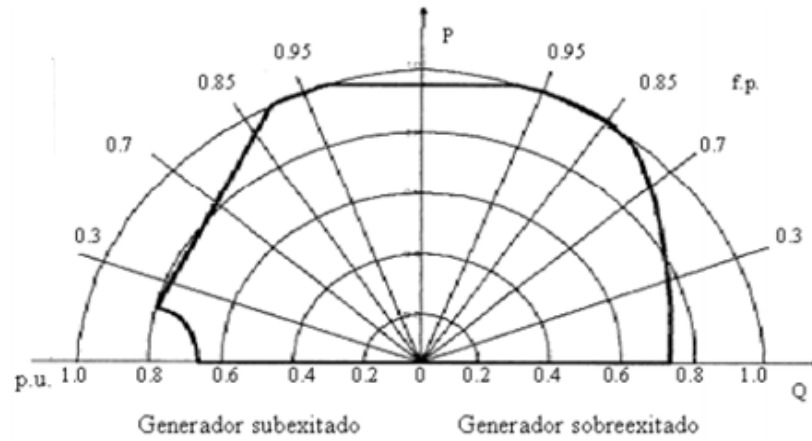
Donde

$$\bar{V} = \frac{V}{V_0} \quad (2.4)$$

$$\Delta f = \frac{f - f_0}{f_0} \quad (2.5)$$

#### 2.1.4 Modelo del generador

Es una máquina eléctrica constituida por una parte estática y otra rotativa, acopladas entre si eléctrica y magnéticamente, el generador convierte la energía mecánica rotacional producida por una turbina, en energía eléctrica. La representación del generador en análisis de flujo de carga es determinar la región factible de operación, la cual está caracterizada por su curva de capacidad como se muestra en la siguiente figura[20][21].

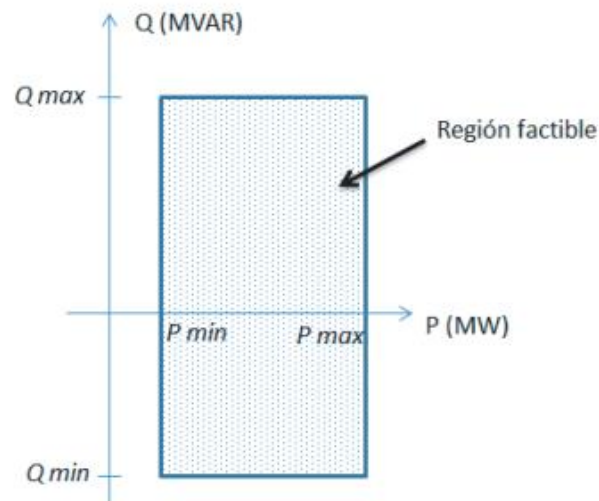
**Figura 2-3.** Curva de capacidad generador [20].

Los límites que determinan esta curva

$$P_{kmin} \leq P_k \leq P_{kmax} \quad (2.6)$$

$$Q_{kmin} \leq Q_k \leq Q_{kmax} \quad (2.7)$$

Una buena aproximación utilizada en casos prácticos es acotar por un rectángulo la zona factible de operación, eliminando la dependencia de los límites del punto de operación de la máquina. Esta aproximación se realiza con el fin de aumentar la velocidad computacional en los procesos de cálculo[22].

**Figura 2-4.** Aproximación rectangular curva de capacidad de un generador.

### 2.1.5 Modelo equipos de compensación de reactiva

Los equipos de compensación son modelados por su reactancia equivalente en serie con una resistencia, generalmente la resistencia es despreciable por ser pequeña. Los valores de resistencia y reactancia son incluidos en la matriz Ybarra del sistema en forma de admitancia y se debe modificar cada vez cambia de estado

**Figura 2-5.** Modelo equipos de compensación inductivo y capacitivo.



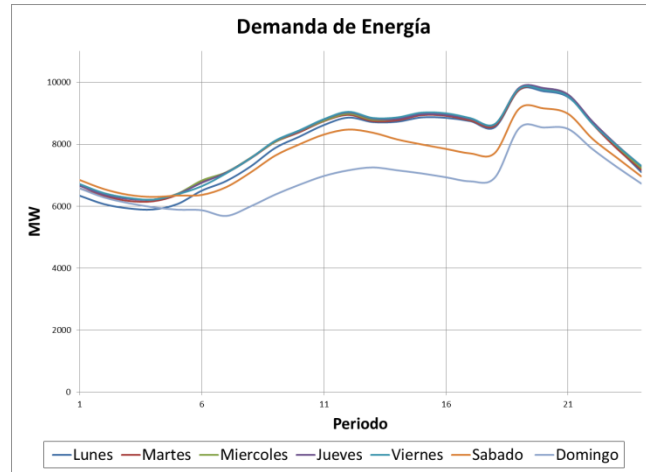
La potencia reactiva inyectada por la compensación varía con el cuadrado del voltaje.

$$Q = \frac{V^2}{X} \quad (2.8)$$

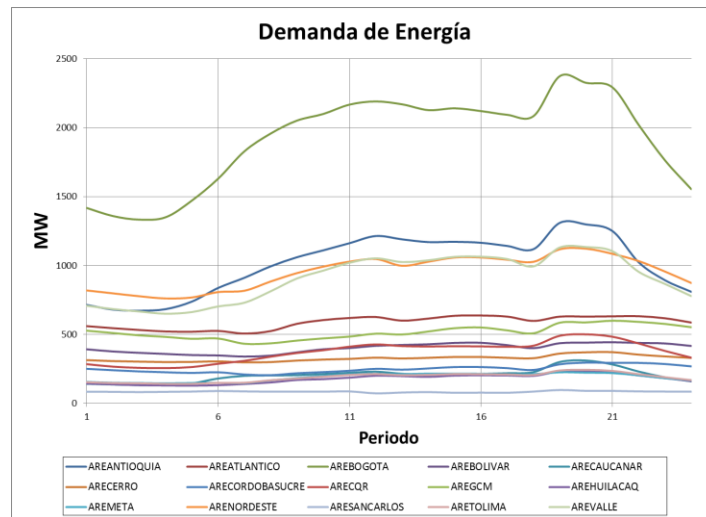
### 2.1.6 Demanda de energía

El comportamiento de la demanda es periódico y similar día tras día y está determinado por el ciclo de vida de la población, arranca con una demanda mínima principalmente alumbrado público, industria nocturna y equipos de refrigeración, mientras la población está dormida, empieza el aumento cuando ésta se comienzan a despertar e inicia la jornada laboral y el pico más alto llega cuando finaliza la jornada laboral y aumenta el consumo residencial[23].

En la Figura 2-6 se muestra el pronóstico oficial de demanda del sistema eléctrico colombiano para una semana del mes de febrero del año 2016, tomado del portal web de XM[24].

**Figura 2-6.** Demanda pronostico del sistema colombiano para una semana.

Al desagregar la demanda por áreas para un día en específico, se observa que no todas las áreas presentan un comportamiento similar en cuanto a su tendencia. Esto hace que los requerimientos de voltaje sean diferentes para cada una de ellas en cada instante de tiempo.

**Figura 2-7.** Demanda pronostico del SIN por áreas para un día.

A pesar de que la demanda es continua en el tiempo, en el modelo de optimización se utiliza una demanda horaria, por lo que para un día de operación se tienen 24 valores de demanda.

### 2.1.7 Matriz Y barra

La matriz de admitancias Ybarra del sistema, relaciona los voltajes de cada uno de los nodos con las corrientes inyectadas. Esta matriz contiene la información de todas las conexiones y los parámetros de la red eléctrica[25][26].

$$Y_{barra} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Para las líneas de transmisión los elementos de la matriz Y barra se calculan como lo describen las siguientes ecuaciones.

$$Y(i, i) = Y(i, i) + Yb/2 + Ys \quad (2.10)$$

$$Y(i, j) = -Ys \quad (2.11)$$

$$Y(j, i) = -Ys \quad (2.12)$$

$$Y(j, j) = Y(j, j) + Yb/2 + Ys \quad (2.13)$$

Los modelos de los transformadores se pueden modelar como una línea dentro de la matriz Ybarra con algunas modificaciones. Se debe incluir la relación de transformación del devanado primario con respecto al secundario T [27].

$$Y(i, i) = Y(i, i) + Ym + Ys/T^2 \quad (2.14)$$

$$Y(i, j) = -Ys/T \quad (2.15)$$

$$Y(j, i) = -Ys/T \quad (2.16)$$

$$Y(j, j) = Y(j, j) + Ys \quad (2.17)$$

### 2.1.8 Tipos de nodos

En un flujo de carga convencional, lo usual es definir dos variables por nodo y un nodo angular de referencia, lo que determina un único estado de operación posible. Sin embargo lo que se busca en un problema de optimización es ajustar las variables de decisión de tal manera que el sistema opere en una mejor condición, cuantificable a través de una función objetivo[26].

Los tipos de nodos utilizados en el problema son:

- **Nodo SLACK:** Ajusta el balance carga generación. Puede estar en un uno o varios nodos del sistema.
- **Nodo PQ:** Nodo en el cual permanece constante la potencia activa y reactiva, es usado en nodos de carga.
- **Nodo P:** Este tipo de nodo es propio del problema de optimización, es utilizado en aquellas barras de generación y donde se encuentra instalada compensación conmutable. Su función es ajustar el voltaje objetivo variando la inyección de potencia reactiva al sistema.

## 2.2 Función objetivo

La función objetivo es un índice de evaluación de la metodología empleada para el control de voltaje. En términos prácticos se puede decir que es la forma de comparar el estado actual del sistema con la forma deseada de operación.

La propuesta para la planeación de las maniobras en el control de voltaje se puede caracterizar como un problema de optimización multiobjetivo no lineal, con restricciones no convexas y con variables enteras y continuas. La función objetivo está compuesta por tres términos, el primero minimiza las pérdidas de potencia en el sistema penalizando las desviaciones de voltaje con respecto a un valor de referencia, el segundo busca la conservación del margen de potencia reactiva en los generadores y el tercer término minimiza la maniobrabilidad de los equipos conmutables haciendo que la potencia reactiva del sistema en los nodos de compensación del estado actual busque ser igual al del estado anterior, en términos generales la función objetivo se encuentra representada en la ecuación (2.18).

EL problema de optimización multihorario se ejecuta de forma desacoplada para cada periodo, donde el término que relaciona la dependencia de un periodo con otro es la penalización de los cambios de estado de los interruptores.

Para el periodo de optimización T.

$$FO = \sum_{i=1}^n (V_{iT} - V_{ref})^2 + \lambda \sum_{j=1}^m \frac{|Q_{jT}|}{F_{cj}} + \sum_{l=1}^p \beta_{lT} |Q_{lT} - Q_{l(T-1)}| \quad (2.18)$$

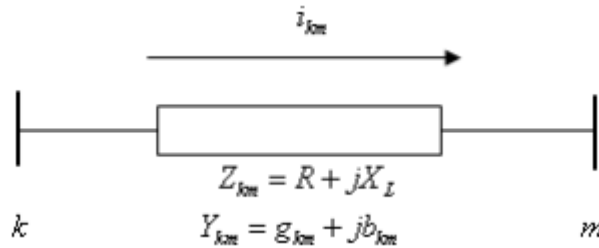
Dónde:

- $V_{iT}$ : Voltaje en el nodo  $i$ , en el periodo  $T$ .
- $V_{ref}$ : Voltaje de referencia del sistema (1 p.u.).
- $\lambda$ : Factor de ponderación entre las pérdidas y el margen de potencia reactiva.
- $n$ : Número de nodos del sistema.
- $Q_{jT}$ : Potencia reactiva del generador  $j$ , en el periodo  $T$ .
- $m$ : Número de generadores del sistema.
- $F_{cj}$ : Factor de capacidad del generador  $j$ .
- $\beta_{iT}$ : Factor de penalización de la compensación  $i$ , para el periodo  $T$ .
- $Q_{iT}$ : Potencia reactiva en el nodo de compensación  $i$ , para el periodo  $T$ .
- $Q_{i(T-1)}$ : Potencia reactiva en el nodo de compensación  $i$ , para el periodo  $T-1$ .
- $p$ : Número de nodos de compensación.

### 2.2.1 Pérdidas de potencia

Las pérdidas de energía eléctrica se producen por el paso de la corriente eléctrica a través de un medio físico y resultan ser inevitables, sin embargo si se pueden minimizar. Partiendo de las ecuaciones que definen el flujo de corriente entre dos nodos se tiene:

**Figura 2-8.** Modelo de impedancia para un elemento de red[28].



$$Y_{km} = g_{km} + jb_{km} \quad (2.19)$$

Se define la potencia desde el nodo  $k$  al nodo  $m$  como:

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - V_k V_m b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (2.20)$$

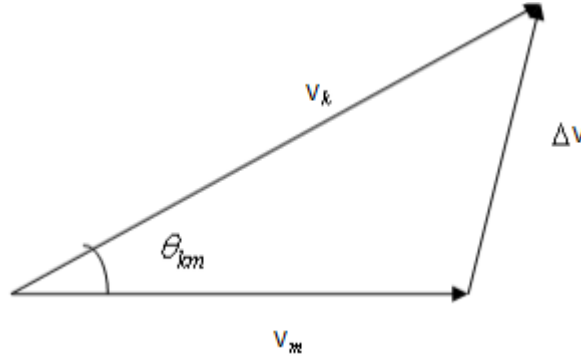
Y la potencia desde el nodo m al nodo k como:

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + V_k V_m b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (2.21)$$

Realizando la suma de las potencias inyectadas desde los nodos k y m se encuentra las pérdidas de potencia.

$$P_e = P_{km} + P_{mk} = g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.22)$$

**Figura 2-9.** Diagrama fasorial caída de voltaje entre dos nodos.



Aplicando el teorema del coseno al diagrama fasorial obtenemos:

$$(V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos(\theta_k - \theta_m)) = \Delta V^2 \quad (2.23)$$

$$(V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos(\theta_k - \theta_m)) = |V_k e^{j\theta_k} - V_k e^{j\theta_m}| \quad (2.24)$$

Asumiendo que la diferencia angular en el sistema entre nodos adyacentes es pequeña se tiene que:

$$|V_k e^{j\theta_k} - V_k e^{j\theta_m}| \approx |V_k - V_m|^2 \quad \forall \quad \theta_k \approx \theta_m \quad (2.25)$$

Retomando la ecuación (2.22), se encuentra la relación de las pérdidas de potencia eléctrica en función de los voltajes nodales como:

$$P_e = g_{km} |V_k - V_m|^2 \quad (2.26)$$

De la ecuación se puede deducir que es posible minimizar las pérdidas de potencia eléctrica manteniendo un perfil de voltaje uniforme en todo el sistema.



$$FO = \sum_{i=1}^n (V_i - V_{ref})^2 \quad (2.27)$$

Donde  $n$  es el número de nodos y  $V_{ref}$  es un valor constante para todos los nodos, generalmente se toma como 1 p.u. como variable de referencia para todo el sistema.

### 2.2.2 Margen de potencia reactiva dinámica en el sistema

Cuando se presenta una perturbación en la cual los voltajes del sistema cambian abruptamente, los elementos dinámicos son los encargados de inyectar potencia reactiva para contrarrestar este efecto, por tal razón en una operación segura siempre se debe contar con suficiente margen de potencia reactiva para que el sistema se encuentre preparado ante condiciones adversas de operación [29].

Para el problema de optimización planteado se busca utilizar lo menos posible la potencia reactiva de los generadores del sistema, para hacer más uso de los equipos de compensación estáticos como reactores y condensadores. Un factor importante es la capacidad de cada generador para distribuir el margen de potencia reactiva sobre todos los generadores conectados al sistema.

$$FO = \sum_{j=1}^m \frac{|Q_j|}{F_{cj}} \quad (2.28)$$

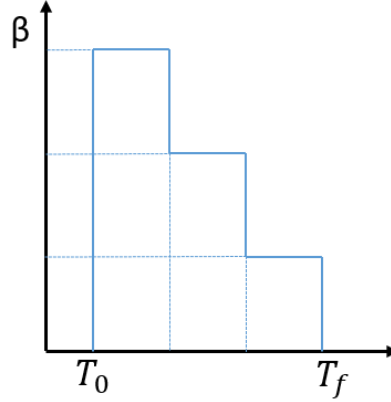
Donde  $m$  es el número de barras con generadores despachados y  $F_{cj}$  es el factor de capacidad del generador que se introduce con el fin de que el problema trate de dejar el mismo porcentaje de reserva en todos los generadores del sistema.

### 2.2.3 Minimización del número de maniobras

Las razones para tener en cuenta en el problema de optimización el número de maniobras para realizar el control de voltaje están relacionadas con la conservación de los equipos, principalmente de los interruptores. Ya que la vida útil y el tiempo entre mantenimientos se mide a través del número de ciclos de operación abierto cerrado. Además de minimizar el tiempo empleado en el control de voltaje, si se tiene en cuenta el tiempo que se requiere para realizar una maniobra en sistemas donde esta labor se realiza de forma manual.

Para incluir este criterio dentro de la función objetivo se agrega una función de penalización lineal, que tiene su valor máximo cuando el interruptor cambia de estado ( $T_0$ ), que es decreciente en el tiempo mientras el estado permanezca constante y que desaparece después de un tiempo dado, como se aprecia en la siguiente figura:

**Figura 2-10.** Función de penalización a las maniobras.



Dónde:

$T_0$ : Tiempo de operación del interruptor.

$T_f$ : Tiempo en el cual finaliza la penalización.

$$\beta_l = \frac{\lambda_{max}}{T_f - T_0} (T_f - t) \quad (2.29)$$

Con la implementación de esta función se espera que los equipos permanezcan conectados tiempos cercanos a  $T_f$ . Sin embargo no se puede garantizar ya que es un problema de multiobjetivo donde ésta función entra en juego con los demás objetivos. La representación matemática de la función de penalización se muestra en la ecuación (2.30), donde el término dentro del valor absoluto representa la diferencia de la potencia reactiva en el nodo de compensación entre el estado actual y el estado anterior, multiplicados cada uno por su respectivo factor de penalización y realizada la sumatoria sobre todos los nodos de compensación.

$$Fp = \sum_{l=1}^p \beta_{lT} |Q_{lT} - Q_{l(T-1)}| \quad (2.30)$$

## 2.3 Restricciones del problema

### 2.3.1 Límites operativos

Como restricciones de desigualdad lineal se representaron los límites operativos y técnicos de las variables de la red.

- 1 **Límites de voltaje:** El voltaje en los sistemas eléctricos debe permanecer dentro de una banda de operación para garantizar la seguridad del sistema y de los equipos.

$$V_{min} \leq V_i \leq V_{max} \quad (2.31)$$

- 2 **Límites de generación:** La capacidad de entrega y absorción de potencia reactiva de un generador está determinada por su curva de capacidad, por lo tanto para cada generador el valor de potencia reactiva inyectada debe estar entre sus límites.

$$Q_{min} \leq Q_i \leq Q_{max} \quad (2.32)$$

### 2.3.2 Ecuaciones del flujo de carga

Basados en las leyes de Kirchhoff se pueden deducir las ecuaciones del flujo de carga, las cuales permiten encontrar las potencias inyectadas en cada nodo a partir de la matriz Ybarra y de los voltajes y ángulos de todas las barras del sistema. Este conjunto de ecuaciones representa el fenómeno físico de la red y se deben satisfacer para cualquier punto de operación.

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.33)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.34)$$

Dónde:

$P_k$ : Potencia activa inyectada en la barra k

$Q_k$ : Potencia reactiva inyectada en la barra k

$V_i$ : Magnitud del voltaje en la barra i

$\theta_i$ : Ángulo en la barra i

$G_{km}$ : Parte real del elemento  $k,m$  de la matriz Ybarra

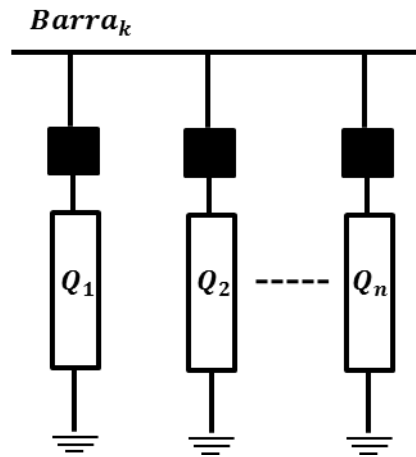
$B_{km}$ : Parte imaginaria del elemento  $k,m$  de la matriz Ybarra

$k, m$ : Indicadores de posición

### 2.3.3 Modelamiento de la compensación paralelo

La compensación en paralelo es usada para remediar las pérdidas eléctricas y para mantener los voltajes dentro de los rangos operativos, tienen como característica que son de pasos discretos y el efecto en la variación del voltaje en la barra de conexión depende de la capacidad del equipo. En una misma subestación pueden existir uno o varios equipos conectados simultáneamente como se muestra en la siguiente figura.

**Figura 2-11.** Conexión compensación paralelo.



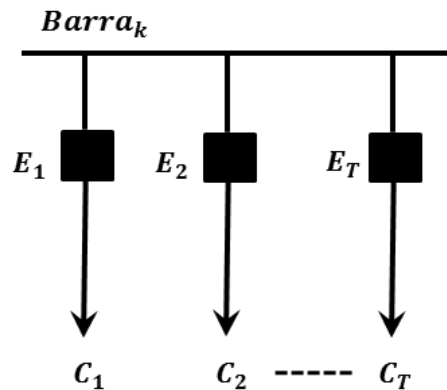
Cada  $Q$  corresponde a la capacidad nominal del activo y puede ser positivo o negativo dependiendo si es un reactor o condensador. Las diferentes combinaciones de equipo generan el valor neto de potencia reactiva inyectado en la barra por la compensación, estas combinaciones crecen exponencialmente a medida que el número de equipos aumenta.

$$C_T = 2^n \quad (2.35)$$

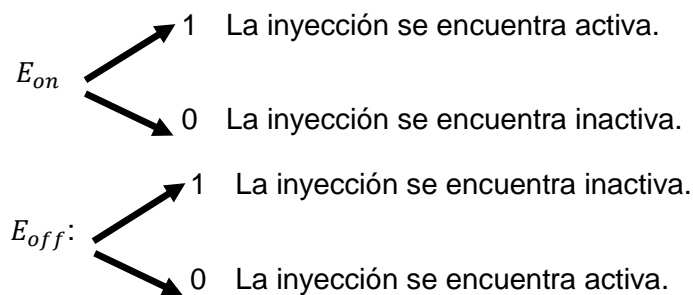
En la barra se reemplaza los elementos de compensación en paralelo por un número igual de inyecciones de potencia reactiva incluida la inyección cero que corresponde a la combinación en la cual todos los elementos se encuentran desconectados. Cada inyección de potencia reactiva representa la inyección de potencia equivalente de cada combinación.

A cada inyección se le asigna un interruptor virtual, el cual determina si la inyección de reactiva se encuentra activa o no. Se debe cumplir que únicamente puede existir solo una inyección de potencia reactiva activada por barra. Cuando en un mismo nodo existan cargas conectadas y/o generadores, la potencia reactiva inyectada por el nodo corresponde a la suma de la inyección de potencia reactiva por la compensación, sumada la del generador y la carga.

**Figura 2-12.** Número de inyecciones de potencia reactiva en el nodo  $k$ .



Para representar el estado de los interruptores se hace uso de dos variables auxiliares  $E_{on}$  y  $E_{off}$  por cada inyección de potencia reactiva, estas variables se asumen que son binarias y que solo pueden tomar valores de 0 y 1.



Los valores que tomen las variables auxiliares deben ser excluyentes, es decir si una se encuentra en uno la otra debe estar en cero para que sea acorde al planteamiento del problema. Para representar esta condición se plantean para cada interruptor virtual el siguiente conjunto de ecuaciones.

Para la barra k, combinación C1.

$$E_{on_{kc1}} + E_{off_{kc1}} = 1 \quad (2.36)$$

Para la barra k, combinación C2.

$$E_{on_{kc2}} + E_{off_{kc2}} = 1 \quad (2.37)$$

De esta forma se representan todos los interruptores virtuales de todas las barras del sistema.

Así mismo la potencia reactiva neta inyectada en el nodo estará en función de las variables auxiliares, de la potencia reactiva de cada combinación y del valor de generación y carga del nodo.

$$Q_k = E_{on_{kc1}} C_{k1} + E_{on_{kc2}} C_{k2} + \dots + E_{on_{kcT}} C_{kT} + Q_{kg} + Q_{kl} \quad (2.38)$$

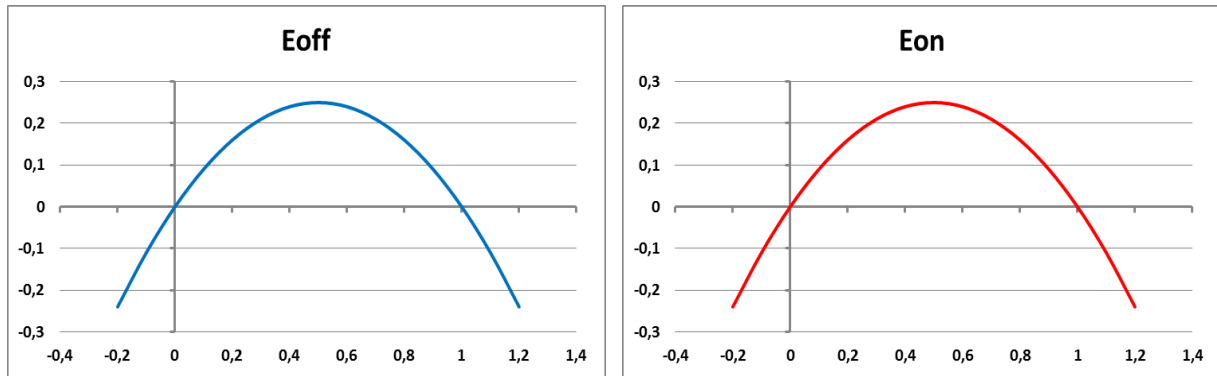
Para que el modelo lleve las variables auxiliares a valores de cero y uno se incluye en las restricciones una penalización que es máxima cuando toma el valor intermedio entre los dos valores posibles y dado que las variables están acotadas, se vuelve mínima cuando toma valores de cero y uno.

Para cada interruptor virtual se debe plantear la siguiente ecuación:

$$(1 - E_{off_{kc1}}) C_{k1} - E_{on_{kc1}} Q_k = 0 \quad (2.39)$$

Para cada interruptor virtual, la función de penalización utilizada es una función cuadrática invertida y desplazada como se muestra en la siguiente figura.

**Figura 2-13.** Funciones de penalización variables auxiliares.



Para observar cómo se ajustan las variables auxiliares en valores binarios, se asume que existen dos combinaciones en la barra  $k$  y que no se tiene carga ni generación en el nodo, por lo tanto se definen el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$E_{on_{kc1}} + E_{off_{kc1}} = 1 \quad (2.40)$$

$$E_{on_{kc2}} + E_{off_{kc2}} = 1 \quad (2.41)$$

$$Q_k = E_{on_{kc1}} C_{k1} + E_{on_{kc2}} C_{k2} \quad (2.42)$$

$$(1 - E_{off_{kc1}}) C_{k1} - E_{on_{kc1}} Q_k = 0 \quad (2.43)$$

$$(1 - E_{off_{kc2}}) C_{k2} - E_{on_{kc2}} Q_k = 0 \quad (2.44)$$

Reemplazando  $Q_k$  en las ecuaciones (2.43) y (2.44).

$$(1 - E_{off_{kc1}}) C_{k1} - E_{on_{kc1}} (E_{on_{kc1}} C_{k1} + E_{on_{kc2}} C_{k2}) = 0 \quad (2.45)$$

$$(1 - E_{off_{kc2}}) C_{k2} - E_{on_{kc2}} (E_{on_{kc1}} C_{k1} + E_{on_{kc2}} C_{k2}) = 0 \quad (2.46)$$

Expandiendo las expresiones:

$$E_{on_{kc1}} C_{k1} - E_{on_{kc1}}^2 C_{k1} + E_{on_{kc1}} E_{on_{kc2}} C_{k2} = 0 \quad (2.47)$$

$$E_{on_{kc2}} C_{k2} - E_{on_{kc2}}^2 C_{k2} + E_{on_{kc2}} E_{on_{kc1}} C_{k1} = 0 \quad (2.48)$$

De las ecuaciones anteriores se observa que para que se cumplan la igualdad, las variables auxiliares solo pueden tomar los valores de  $\{0, 1\}$ , donde el valor 1 es excluyente.

El número total de variables auxiliares de estados de encendidos y apagados estará determinado por la productoria de las posibles combinaciones en cada barra donde hay compensación.

$$C_{Total} = \prod_{i=1}^k 2^{n_i} \quad (2.49)$$

Dónde:

$k$ : Número de barras con compensación.

$n_i$  Número de equipos de compensación en la barra  $i$ .

Es importante tener en cuenta, que al cambiar el modelo de reactancia de la compensación por el modelo de inyección de potencia reactiva fija se introduce un error al modelo, dado que se elimina la dependencia del voltaje como se muestra a continuación:

$$Q = \frac{V_n^2}{X} \rightarrow Q_i \quad (2.50)$$

Como potencia inyectada se toma como base la potencia  $Q_i$  calculada a voltaje nominal, si el sistema tiene rangos operativos de operación del voltaje entre 0.9 y 1.1 en p.u. se pueden presentar como errores máximos de modelado los siguientes valores.

Cuando el voltaje está en 0.9 p.u.

$$Q = \frac{(0.9V_n)^2}{X} = 0.81 \frac{V_n^2}{X} = 0.81Q_i \quad (2.51)$$

Cuando el voltaje está en 1.1 p.u.

$$Q = \frac{(1.1V_n)^2}{X} = 1.21 \frac{V_n^2}{X} = 1.21Q_i \quad (2.52)$$

Como se pueden observar, existen diferencias en el modelo a medida que el voltaje se desvía del valor nominal, como máximo se tiene un error del 21% de la potencia inyectada. Sin embargo como en la función objetivo se está penalizando las desviaciones de voltaje con respecto al valor nominal se espera que estas desviaciones sean pequeñas.

## 2.4 Método de solución al problema de optimización

El método de solución fue seleccionado teniendo en cuenta la naturaleza no lineal de la función objetivo y las restricciones. El método de programación cuadrática secuencial SQP, se define como una extensión del método de Cuasi – Newton. Este método resuelve un problema de optimización mediante soluciones repetidas de aproximaciones cuadráticas, la explicación completa se encuentra en las referencias [30][31].



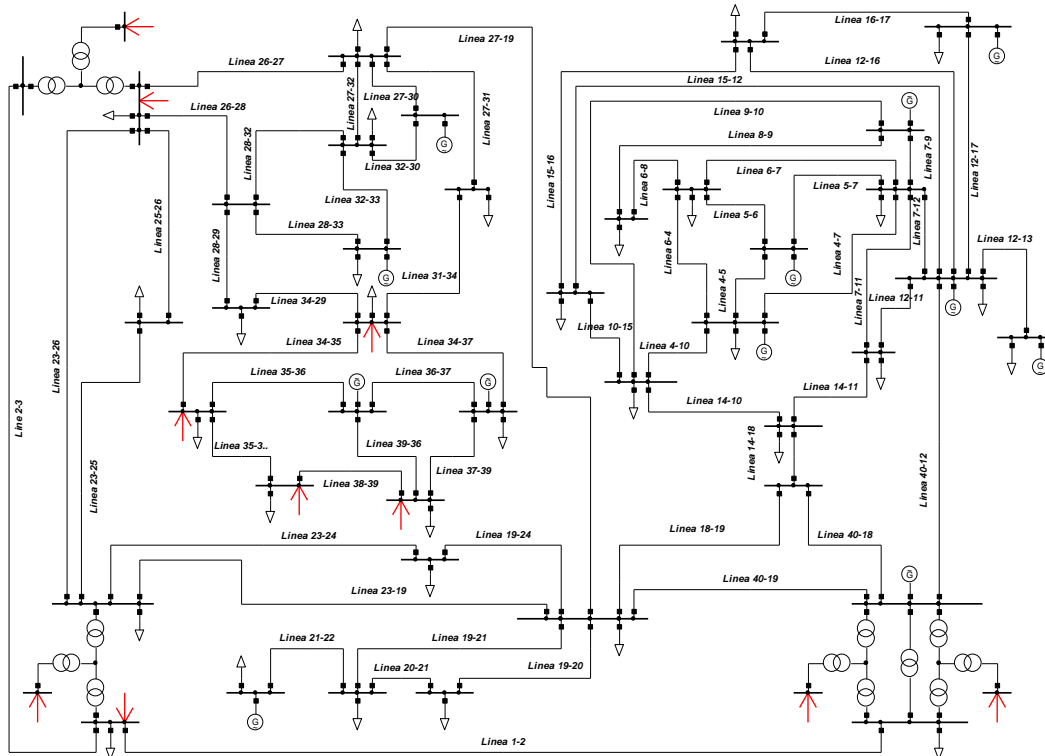
### 3 Simulación y resultados

En esta sección se presenta los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología propuesta en un sistema de prueba.

#### 3.1 Sistema de prueba

El sistema de prueba seleccionado consta de 48 barras, conectadas entre sí a través de 6 líneas y 13 transformadores, 33 cargas y un total de 44 generadores distribuidos en 12 barras del sistema. Adicionalmente contiene 9 nodos que cuentan con equipos de compensación de potencia reactiva conmutable y resultando en un total de 272160 posibles estados de operación.

**Figura 3-1.** Diagrama unifilar sistema eléctrico de prueba de 48 nodos.



Las flechas rojas en el diagrama unifilar muestran la ubicación de la compensación conmutable en el sistema. El detalle con los parámetros de los equipos se presentan en las siguientes tablas.

**Tabla 3-1.** Parámetros de las barras del sistema eléctrico de prueba.

BARRA	NODO	BASE [KV]	Vmin [P.U.]	Vmax [P.U.]
Barra 1	1	500	0,95	1,05
Barra 2	2	500	0,95	1,05
Barra 3	3	500	0,95	1,05
Barra 4	4	230	0,95	1,1
Barra 5	5	230	0,95	1,1
Barra 6	6	230	0,95	1,1
Barra 7	7	230	0,95	1,1
Barra 8	8	230	0,95	1,1
Barra 9	9	230	0,95	1,1
Barra 10	10	230	0,95	1,1
Barra 11	11	230	0,95	1,1
Barra 12	12	230	0,95	1,1
Barra 13	13	230	0,95	1,1
Barra 14	14	230	0,95	1,1
Barra 15	15	230	0,95	1,1
Barra 16	16	230	0,95	1,1
Barra 17	17	230	0,95	1,1
Barra 18	18	230	0,95	1,1
Barra 19	19	230	0,95	1,1
Barra 20	20	230	0,95	1,1
Barra 21	21	230	0,95	1,1
Barra 22	22	230	0,95	1,1
Barra 23	23	230	0,95	1,1
Barra 24	24	230	0,95	1,1
Barra 25	25	230	0,95	1,1
Barra 26	26	230	0,95	1,1
Barra 27	27	230	0,95	1,1
Barra 28	28	230	0,95	1,1
Barra 29	29	230	0,95	1,1
Barra 30	30	230	0,95	1,1
Barra 31	31	230	0,95	1,1
Barra 32	32	230	0,95	1,1
Barra 33	33	230	0,95	1,1

BARRA	NODO	BASE [KV]	Vmin [P.U.]	Vmax [P.U.]
Barra 34	34	230	0,95	1,1
Barra 35	35	230	0,95	1,1
Barra 36	36	230	0,95	1,1
Barra 37	37	230	0,95	1,1
Barra 38	38	230	0,95	1,1
Barra 39	39	230	0,95	1,1
Barra 40	40	230	0,95	1,1
Barra 41	41	34,5	0,95	1,1
Barra 42	42	34,5	0,95	1,1
Barra 43	43	34,5	0,95	1,1
Barra 44	44	34,5	0,95	1,1
Barra 45	45	34,5	0,95	1,1
Barra 46	46	34,5	0,95	1,1
Barra 47	47	34,5	0,95	1,1
Barra 48	48	34,5	0,95	1,1

**Tabla 3-2.** Parámetros de las líneas de transmisión en p.u. del sistema eléctrico de prueba.

NOMBRE	NODO I	NODO J	R [P.U.]	X [P.U.]	B [P.U.]
Línea 1- 2	1	2	0,001756	0,026784	2,771733
Línea 2- 3	2	3	0,001432	0,021056	2,165909
Línea 4- 5	4	5	0,000208	0,001909	0,003648
Línea 5- 6	5	6	0,001115	0,010132	0,019390
Línea 6- 4	6	4	0,000964	0,008166	0,015687
Línea 4- 10	4	10	0,008204	0,074329	0,147962
Línea 4- 7	4	7	0,005671	0,047353	0,092794
Línea 5- 7	5	7	0,005520	0,048223	0,094236
Línea 6- 7	6	7	0,004669	0,040548	0,079596
Línea 7- 9	7	9	0,001342	0,013176	0,026626
Línea 6- 8	6	8	0,007543	0,063100	0,122467
Línea 8- 9	8	9	0,001777	0,014858	0,028522
Línea 9- 10	9	10	0,002117	0,020945	0,042343
Línea 14- 10	14	10	0,002609	0,025822	0,052204
Línea 10- 15	10	15	0,002665	0,026276	0,053122
Línea 14- 11	14	11	0,002212	0,018582	0,035652
Línea 7- 11	7	11	0,005879	0,049074	0,096174
Línea 12- 11	12	11	0,005709	0,047599	0,093283
Línea 7- 12	7	12	0,004045	0,033762	0,066166

NOMBRE	NODO I	NODO J	R [P.U.]	X [P.U.]	B [P.U.]
Línea 12- 13	12	13	0,000783	0,006890	0,052132
Línea 15- 12	15	12	0,006938	0,057769	0,114566
Línea 15- 16	15	16	0,002911	0,024178	0,047933
Línea 12- 16	12	16	0,004178	0,034688	0,068813
Línea 16- 17	16	17	0,006049	0,050510	0,098978
Línea 12- 17	12	17	0,002344	0,019527	0,038252
Línea 14- 18	14	18	0,000019	0,000180	0,001372
Línea 18- 19	18	19	0,006324	0,059320	0,474640
Línea 19- 20	19	20	0,003214	0,029301	0,057631
Línea 19- 24	19	24	0,002174	0,019527	0,040645
Línea 19- 23	19	23	0,001257	0,011144	0,087270
Línea 23- 26	23	26	0,017146	0,152268	0,297986
Línea 23- 24	23	24	0,002760	0,024650	0,049147
Línea 23- 25	23	25	0,001853	0,016408	0,032108
Línea 25- 26	25	26	0,015444	0,137240	0,268590
Línea 20- 21	20	21	0,006200	0,061021	0,121817
Línea 21- 22	21	22	0,003015	0,026768	0,215470
Línea 19- 21	19	21	0,009433	0,090359	0,179523
Línea 26- 27	26	27	0,000662	0,005747	0,011547
Línea 27- 30	27	30	0,006749	0,049981	0,099644
Línea 27- 31	27	31	0,002174	0,021758	0,046369
Línea 27- 32	27	32	0,003403	0,025274	0,050196
Línea 26- 28	26	28	0,002193	0,019811	0,040263
Línea 28- 32	28	32	0,002741	0,021078	0,042073
Línea 28- 33	28	33	0,007618	0,058469	0,116741
Línea 28- 29	28	29	0,003667	0,031777	0,064946
Línea 34- 29	34	29	0,012609	0,106200	0,218873
Línea 31- 34	31	34	0,008960	0,089565	0,190929
Línea 34- 35	34	35	0,010615	0,085577	0,699594
Línea 34- 37	34	37	0,004490	0,063734	0,551220
Línea 30- 32	30	32	0,006654	0,049471	0,098260
Línea 32- 33	32	33	0,005974	0,045747	0,091326
Línea 35- 36	35	36	0,025369	0,181758	0,656480
Línea 36- 39	36	39	0,004726	0,035106	0,115377
Línea 36- 37	36	37	0,004588	0,024218	0,089715
Línea 37- 39	37	39	0,007467	0,055992	0,206249
Línea 38- 39	38	39	0,013025	0,097807	0,359629
Línea 38- 35	38	35	0,012439	0,073440	0,139159
Línea 40- 19	40	19	0,010048	0,091314	0,707812

NOMBRE	NODO I	NODO J	R [P.U.]	X [P.U.]	B [P.U.]
Línea 40- 18	40	18	0,005426	0,050567	0,387410
Línea 12- 40	12	40	0,001456	0,016409	0,133856
Línea 19- 27	19	27	0,061700	0,078300	1,000000

**Tabla 3-3.** Parámetros de los Transformadores en p.u. del sistema eléctrico de prueba.

NOMBRE	I	J	MAG1 [P.U.]	MAG2 [P.U.]	R1-2 [P.U.]	X1-2 [P.U.]	WINDV1	WINDV2
Transformador 2-43	2	43	0	-0,006300	0,000044	0,028644	1	1
Transformador 43-45	43	45	0	-0,000001	0,000449	0,062665	1	1
Transformador 23-43	23	43	0	-0,006300	0,000058	-0,002644	1,0875	1
Transformador 3-44	3	44	0,000545	-0,006276	0,000100	0,028644	1	1
Transformador 44-48	44	48	0	-0,000001	0,000319	0,062666	1	1
Transformador 26-44	26	44	0	-0,006300	0,000058	-0,002644	1,05	1
Transformador 1-42	1	42	0	-0,000005	0,000000	0,027089	1	1
Transformador 42-47	42	47	0	-0,000001	0,000000	0,061333	1	1
Transformador 40-42	40	42	0	-0,006300	0,000058	-0,001087	0,9875	1
Transformador 1-41	1	41	0	-0,000005	0,000000	0,027267	1	1
Transformador 41-46	41	46	0	-0,000001	0,000000	0,061933	1	1
Transformador 40-41	40	41	0	-0,006300	0,000058	-0,001021	0,9875	1
Transformador 40-1	40	1	0	-0,000005	0,000000	0,025667	0,975	1

La compensación fue modelada como se mostró en la sección 2.1.5, por sus combinaciones equivalentes de inyecciones de potencia reactiva. El signo indica la dirección, siendo positivo cuando sale del nodo y negativo cuando entra. El total el número de combinaciones posibles resulta de la multiplicación de todos los pasos, siendo en total 272160 combinaciones.

**Tabla 3-4.** Potencia reactiva inyectada al nodo en base de 100 MVar equivalente de la combinación de estados de conexión de los equipos de compensación conmutable.

NOMBRE	NODO	PASOS	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
Compensación 2	2	2	0,6	0						
Compensación 26	26	5	-0,72	-1,44	-2,16	-2,88	0			
Compensación 34	34	8	0,25	-0,35	-0,6	-0,95	-1,2	-1,55	-1,8	0
Compensación 35	35	7	0,51	0,25	-0,28	-0,53	-0,54	-0,79	0	

NOMBRE	NODO	PASOS	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
Compensación 38	38	3	0,5	0,25	0					
Compensación 39	39	2	0,25	0						
Compensación 45	45	3	1	0,5	0					
Compensación 46	46	3	1	0,5	0					
Compensación 47	47	3	1	0,5	0					
Compensación 48	48	3	1	0,5	0					

Los generadores fueron modelados como inyecciones de potencia activa y reactiva en el nodo de conexión, tomando como restricción los límites técnicos de la máquina definidos en la curva de capacidad. Los valores QT indican el límite máximo de entrega de reactivos al sistema, QB el límite mínimo y el FACTOR es el promedio geométrico entre estas dos cantidades, utilizado para ponderar normalizar la potencia reactiva de cada generador.

**Tabla 3-5.** Parámetros de los generadores usando una potencia base de 100 MVA.

NOMBRE	BARRA	QT [p.u.]	QB [p.u.]	Factor [p.u.]
Generador 4-1	4	0,19	-0,19	0,19
Generador 4-2	4	0,19	-0,19	0,19
Generador 4-3	4	0,19	-0,19	0,19
Generador 5-1	5	0,63	-0,56	0,59
Generador 5-2	5	0,63	-0,56	0,59
Generador 5-3	5	0,63	-0,56	0,59
Generador 9-1	9	0,34	-0,29	0,31
Generador 9-2	9	0,34	-0,29	0,31
Generador 9-3	9	0,34	-0,29	0,31
Generador 12-1	12	0,32	-0,14	0,21
Generador 12-2	12	0,32	-0,32	0,32
Generador 12-3	12	0,32	-0,14	0,21
Generador 12-4	12	0,32	-0,14	0,21
Generador 12-5	12	0,32	-0,14	0,21
Generador 12-6	12	0,31	-0,14	0,21
Generador 12-7	12	0,32	-0,14	0,21
Generador 12-8	12	0,32	-0,14	0,21

NOMBRE	BARRA	QT [p.u.]	QB [p.u.]	Factor [p.u.]
Generador 13-1	13	0,28	-0,33	0,30
Generador 13-2	13	0,3	-0,33	0,31
Generador 17-1	17	0,2	-0,2	0,20
Generador 17-2	17	0,2	-0,2	0,20
Generador 17-3	17	0,2	-0,2	0,20
Generador 22-1	22	0,6	-0,6	0,60
Generador 22-2	22	0,6	-0,6	0,60
Generador 22-3	22	0,6	-0,6	0,60
Generador 30-1	30	0,55	-0,29	0,40
Generador 30-2	30	0,55	-0,29	0,40
Generador 30-3	30	0,55	-0,29	0,40
Generador 33-1	33	0,45	-0,45	0,45
Generador 33-2	33	0,45	-0,45	0,45
Generador 33-3	33	0,45	-0,45	0,45
Generador 36-1	36	0,3	-0,3	0,30
Generador 36-2	36	0,3	-0,3	0,30
Generador 37-1	37	0,6	-0,6	0,60
Generador 37-2	37	0,6	-0,6	0,60
Generador 37-3	37	0,6	-0,6	0,60
Generador 40-1	40	0,44	-0,41	0,42
Generador 40-2	40	0,49	-0,37	0,43
Generador 40-3	40	0,5	-0,51	0,50
Generador 40-4	40	0,48	-0,54	0,51
Generador 40-5	40	0,4	-0,25	0,32
Generador 40-6	40	0,52	-0,57	0,54
Generador 40-7	40	0,44	-0,46	0,45
Generador 40-8	40	0,4	-0,25	0,32

## 3.2 Resultados de la simulación

### 3.2.1 Conjunto de Pareto

En un problema de optimización con múltiples objetivos que compiten entre sí, no es posible encontrar una única solución si no se conoce una ponderación de los mismos, sin embargo es posible encontrar un conjunto de soluciones con diferentes ponderaciones llamado conjunto de Pareto[32].

En este problema se tienen dos objetivos: Desviaciones de voltaje y el margen de potencia reactiva en los generadores. Cuando en el sistema se busca minimizar solo las desviaciones de voltaje la potencia reactiva de los generadores es utilizada tanto como sea necesario, caso contrario ocurre cuando solo se busca minimizar la potencia reactiva de los generadores donde solo se utiliza la necesaria para cumplir con las restricciones.

Siendo:

$J_1$ : Objetivo minimización de las desviaciones de voltaje.

$J_2$ : Minimización potencia reactiva en los generadores.

La función objetivo queda como la suma ponderada de estas dos funciones, siempre y cuando se considere la potencia reactiva en los nodos de compensación como continua.

$$FO = \lambda J_1 + (1 - \lambda) J_2 \quad (3.1)$$

Realizando un barrido entre 0 y 1 para los valores de  $\lambda$  se obtiene cualquier ponderación posible entre estas dos funciones.

Para encontrar el valor de  $\lambda$  a aplicar al sistema de prueba, se realizó un frente de Pareto para un despacho en un periodo de demanda media, se fueron almacenando para cada simulación los valores de  $J_1$ ,  $J_2$  y  $\lambda$ .

**Tabla 3-6.** Resultados de las simulaciones para diferentes valores de  $\lambda$ .

$\lambda$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$J_1$	1	0,99999999	0,99999982	0,99999439	0,99999827	0,99999694	0,99999683
$J_2$	0,131075336	0,13107463	0,13107441	0,13107529	0,13107409	0,13107356	0,13107475
$\lambda$	0,7	0,8	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94
$J_1$	0,98994337	0,90517047	0,66933179	0,65298018	0,63926504	0,62790494	0,6186504
$J_2$	0,131618523	0,13679041	0,16839323	0,17205465	0,17552507	0,1788181	0,18194669
$\lambda$	0,95	0,96	0,97	0,98	0,991	0,992	0,993
$J_1$	0,611280129	0,6055972	0,60142649	0,59861171	0,55936354	0,52588012	0,49597442
$J_2$	0,184922473	0,18775597	0,19045686	0,19303396	0,27615485	0,36802989	0,46112945
$\lambda$	0,994	0,995	0,996	0,997	0,998	0,999	
$J_1$	0,469714503	0,44720185	0,42492095	0,40732595	0,40243024	0,39845697	
$J_2$	0,555554066	0,65132171	0,76838803	0,88368106	0,92997385	1	



Los valores de  $J_1$  y  $J_2$  se normalizan dividiendo por los valores máximos de cada función. Para generar la trayectoria de Pareto a partir de los valores obtenidos, se realiza una aproximación de mínimos cuadrados a un polinomio de orden 4.

$$J_2 = a_0 + a_1J_1 + a_2J_1^2 + a_3J_1^3 + a_4J_1^4 \quad (3.2)$$

Reescribiendo el problema de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = [A^T A]^{-1} A^T [J_2] \quad (3.3)$$

Donde la matriz está definida como:

$$[A] = [I \quad J_1 \quad J_1^2 \quad J_1^3 \quad J_1^4] \quad (3.4)$$

El polinomio resultante:

$$J_2 = 10.47 - 48.11J_1 + 83.42J_1^2 - 63.81J_1^3 + 18.15J_1^4 \quad (3.5)$$

A pesar de que todas las parejas de  $J_1$  y  $J_2$  que satisfacen el polinomio resultante se consideran óptimas, el criterio tomado para escoger el valor de  $\lambda$  es aquel que genera el punto  $(J_1, J_2)$  que minimiza la distancia con respecto al origen, se plantea el siguiente problema de optimización basados en la fórmula de la distancia.

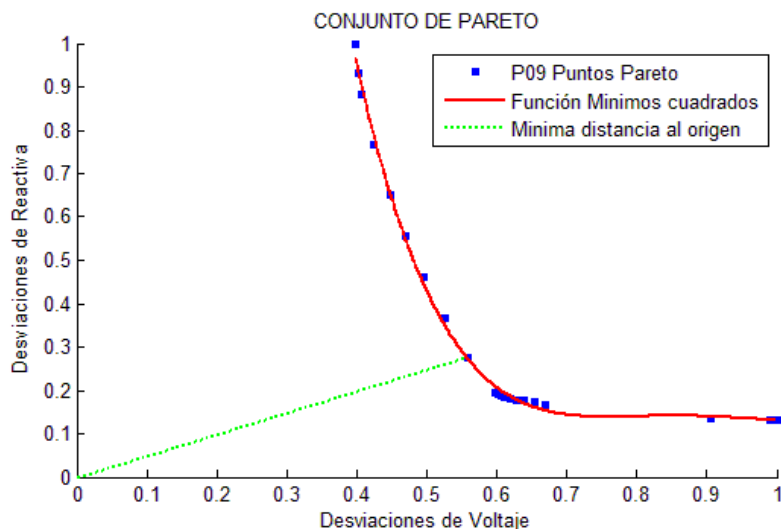
$$\min_{J_1, J_2} J_1^2 + J_2^2 = \min_{J_1} J_1^2 + (10.47 - 48.11J_1 + 83.42J_1^2 - 63.81J_1^3 + 18.15J_1^4)^2 \quad (3.6)$$

Para el valor de  $J_1$  resultante, se realiza una interpolación lineal con los valores de  $J_1$  adyacentes al óptimo para calcular el  $\lambda$  correspondiente. Para que el coeficiente que acompaña a  $J_1$  sea unitario se divide la función objetivo general sobre el  $\lambda$  obtenido, lo que si altera el valor de la función objetivo pero no modifica la posición del óptimo.

$$FO = (\lambda J_1 + (1 - \lambda)J_2)/\lambda = J_1 + (1 - \lambda)/\lambda J_2 \quad (3.7)$$

$$FO = J_1 + 0.0091J_2 \quad (3.8)$$

En la Figura 3-2 se muestra con puntos de color azul los valores de  $J_1$  y  $J_2$  obtenidos de las simulaciones, de color rojo el polinomio de orden 4 resultante de la aproximación de mínimos cuadrados y de color verde el punto sobre la curva con menor distancia al origen.

**Figura 3-2.** Conjunto de Pareto obtenido para diferentes valores de  $\lambda$ .

### 3.2.2 Optimización combinatoria

La optimización combinatoria es aplicada al conjunto finito de posibles estados de conexión de los equipos conmutables de compensación y minimizando en cada iteración la potencia reactiva entregada por cada generador y las pérdidas de potencia eléctrica en el sistema. En total se realizaron 272160 simulaciones en un tiempo aproximado de 10 días, para un periodo de demanda mínima, esta optimización se realizó con el fin de comparar el resultado obtenido con el encontrado aplicando la metodología de inyección de potencia reactiva.

Acorde a la clasificación de tipos de nodos realizada en la sección 2.1.8, se presenta el detalle con los tipos de nodo utilizados en el sistema.

**Tabla 3-7.** Detalle de tipos de nodo.

BARRA	TIPO	BARRA	TIPO	BARRA	TIPO
Barra 1	PQ	Barra 17	PQ	Barra 33	Pg
Barra 2	Pc	Barra 18	PQ	Barra 34	Pc
Barra 3	PQ	Barra 19	PQ	Barra 35	Pc
Barra 4	PQ	Barra 20	PQ	Barra 36	Pg
Barra 5	Pg	Barra 21	PQ	Barra 37	Pg
Barra 6	PQ	Barra 22	Pg	Barra 38	Pc
Barra 7	PQ	Barra 23	PQ	Barra 39	Pc

BARRA	TIPO	BARRA	TIPO	BARRA	TIPO
Barra 8	PQ	Barra 24	PQ	Barra 40	Pg
Barra 9	PQ	Barra 25	PQ	Barra 41	PQ
Barra 10	PQ	Barra 26	Pc	Barra 42	PQ
Barra 11	PQ	Barra 27	PQ	Barra 43	PQ
Barra 12	Pg	Barra 28	PQ	Barra 44	PQ
Barra 13	PQ	Barra 29	PQ	Barra 45	Pc
Barra 14	PQ	Barra 30	SLACK	Barra 46	Pc
Barra 15	PQ	Barra 31	PQ	Barra 47	Pc
Barra 16	PQ	Barra 32	PQ	Barra 48	Pc

Se supone un despacho de potencia asignada a las unidades de generación, el primer subíndice indica el nodo al cual están conectadas y el segundo el número de la unidad en la barra.

**Tabla 3-8.** Detalle de los generadores en p.u. base 100 MVA.

NOMBRE	P	NOMBRE	P	NOMBRE	P
Generador 4-1	0,00	Generador 12-7	0,00	Generador 33-3	0,00
Generador 4-2	0,00	Generador 12-8	0,00	Generador 37-1	0,60
Generador 4-3	0,00	Generador 17-1	0,00	Generador 37-2	0,60
Generador 5-1	1,00	Generador 17-2	0,00	Generador 37-3	0,60
Generador 5-2	0,00	Generador 17-3	0,00	Generador 40-1	1,55
Generador 5-3	0,00	Generador 13-1	0,00	Generador 40-2	1,55
Generador 9-1	0,00	Generador 13-2	0,00	Generador 40-3	0,55
Generador 9-2	0,00	Generador 22-1	0,63	Generador 40-4	0,55
Generador 9-3	0,00	Generador 22-2	0,00	Generador 40-5	0,00
Generador 12-1	0,70	Generador 22-3	0,00	Generador 40-6	0,00
Generador 12-2	0,00	Generador 30-1	0,63	Generador 40-7	0,00
Generador 12-3	0,00	Generador 30-2	0,63	Generador 40-8	0,00
Generador 12-4	0,00	Generador 30-3	0,00	Generador 36-1	1,00
Generador 12-5	0,00	Generador 33-1	0,95	Generador 36-2	0,00
Generador 12-6	0,00	Generador 33-2	0,00		

**Tabla 3-9.** Detalle de las cargas en p.u. base 100 MVA.

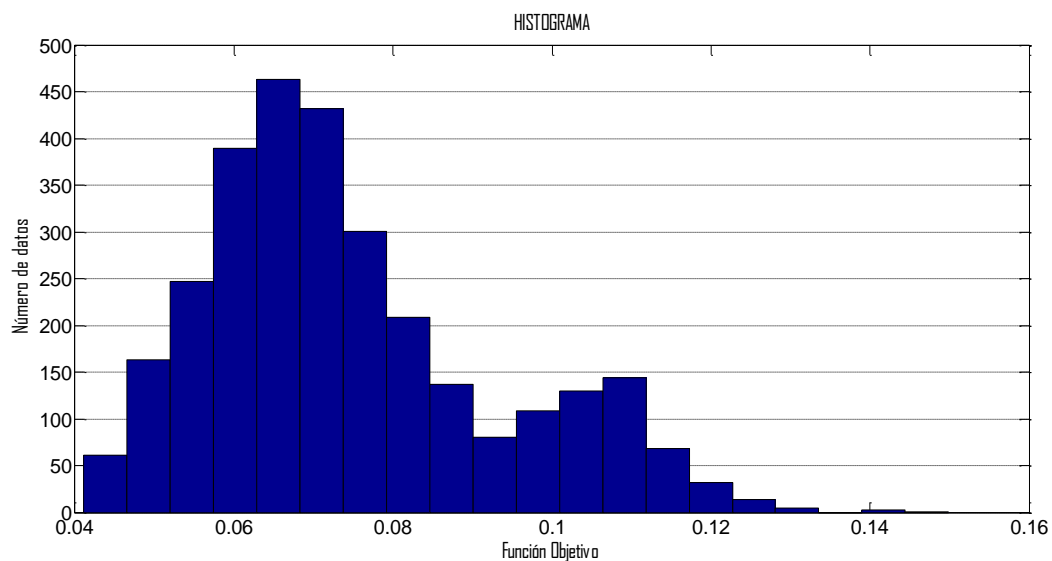
NOMBRE	I	P	Q	NOMBRE	I	P	Q
Carga 1	1	-2,83175	0,94111	Carga 22	22	-1,42770	0,42792
Carga 2	2	0,00000	0,82029	Carga 23	23	0,09406	-0,10873
Carga 4	4	0,01452	0,02306	Carga 24	24	0,57402	0,68446
Carga 6	6	0,25349	0,01290	Carga 25	25	0,75525	0,06307

NOMBRE	I	P	Q	NOMBRE	I	P	Q
Carga 7	7	0,33479	0,01559	Carga 26	26	0,17951	0,26994
Carga 8	8	1,02655	0,64157	Carga 27	27	0,26495	0,79192
Carga 10	10	0,92014	0,75506	Carga 28	28	0,57002	0,49920
Carga 11	11	1,01875	0,51084	Carga 29	29	0,28717	-0,02691
Carga 12	12	0,06595	-0,13110	Carga 31	31	0,49149	0,03267
Carga 13	13	-0,48083	-0,68924	Carga 32	32	1,27071	0,60353
Carga 14	14	1,15395	0,88385	Carga 33	33	0,01376	0,07873
Carga 15	15	1,03117	0,27720	Carga 34	34	0,27664	0,06003
Carga 16	16	1,08907	-0,09477	Carga 35	35	0,55058	-0,31603
Carga 17	17	-0,23921	-0,26394	Carga 37	37	0,59274	0,41692
Carga 19	19	0,85940	0,17633	Carga 38	38	0,21796	0,04656
Carga 20	20	0,39118	0,20404	Carga 39	39	0,44770	0,09907
Carga 21	21	1,26384	0,30199	Carga 40	40	0,23398	-1,19513

Como resultado de las simulaciones, se obtuvo que de las 272160 posibles combinaciones de equipos, solo en 2988 el problema de optimización tuvo solución que cumple con las restricciones operativas, en las demás no se encontró una solución factible. La razón es que por ser un periodo de demanda mínima el sistema se encuentra en una condición de estrés donde se requiere que la compensación reactiva se encuentre conectada para mantener los voltajes dentro de los límites operativos, sin embargo en la exploración de soluciones existen combinaciones donde no solo consideran la compensación reactiva desconectada, sino que adicionalmente se considera que la compensación capacitiva se encuentre conectada por lo que es infactible desde un punto de vista operativo.

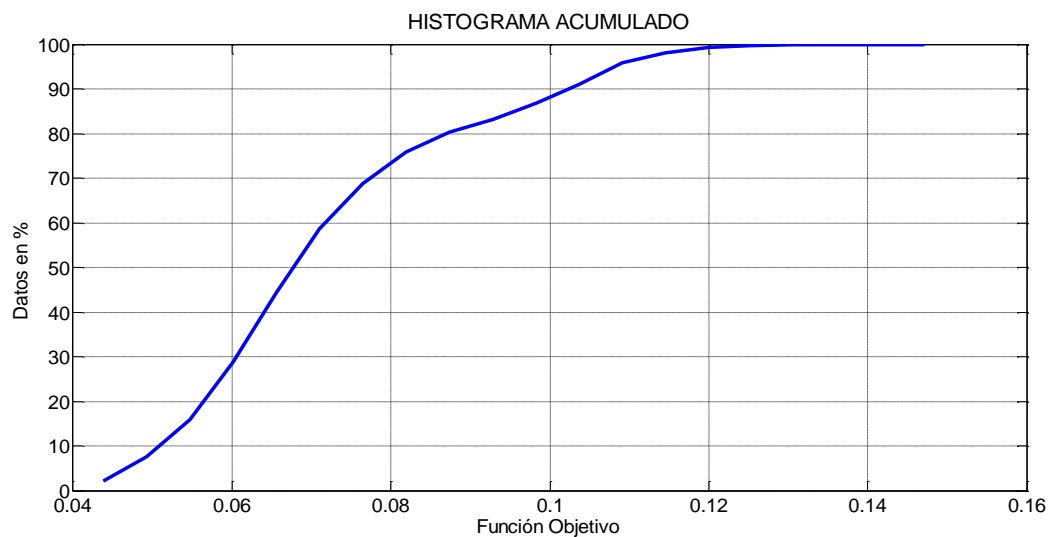
Para los datos factibles, se puede apreciar en el histograma de la Figura 3-3 la distribución de los valores de la función objetivo. La mayor concentración de datos se encuentra en el rango de 0.065 y 0.070 con un total de 450 combinaciones.

**Figura 3-3.** Distribución de los diferentes valores de función objetivo obtenidos en la optimización combinatoria.



Representando las frecuencias en valores acumulados los resultados de la búsqueda combinatoria, se aprecia de forma clara el crecimiento porcentual del número de datos con respecto a los valores obtenidos de la función objetivo.

**Figura 3-4.** Distribución acumulada de los diferentes valores de función objetivo obtenidos en la optimización combinatoria.

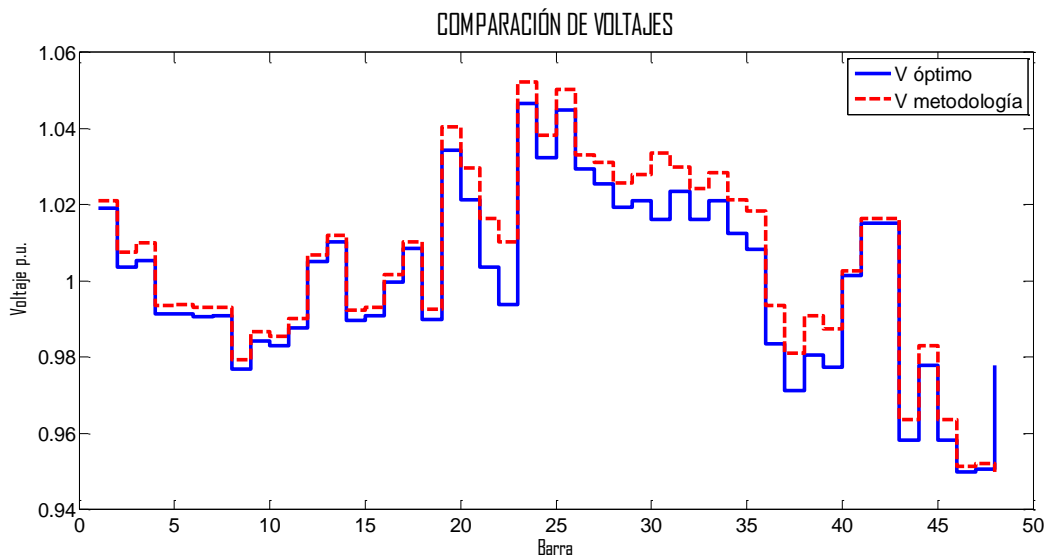


La exploración de todas las combinaciones es utilizada para validar la metodología propuesta, por lo tanto para las mismas condiciones del caso inicial se aplicó la metodología obteniendo

un resultado de valor de función objetivo de 0.0412, el cual comparado con el mínimo absoluto obtenido como resultado de la optimización combinatoria 0.0411 presenta una desviación porcentual de menos del 1%.

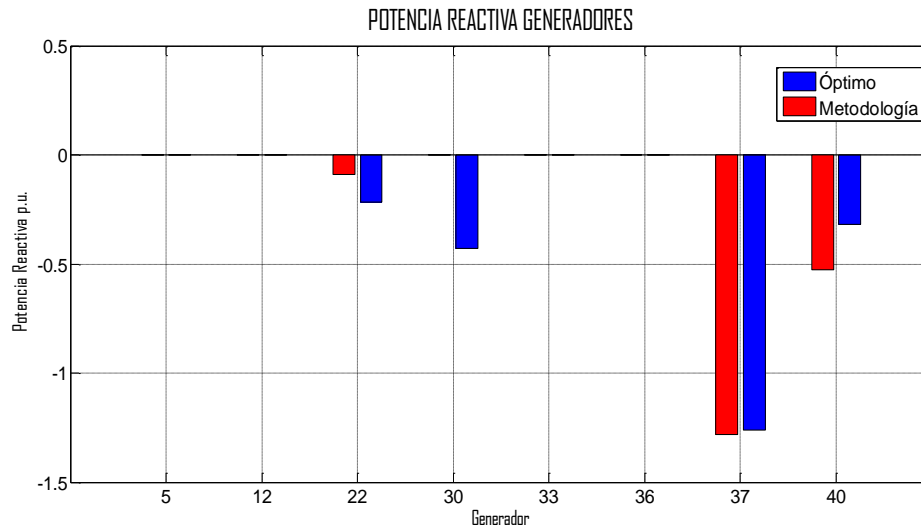
Analizando cada objetivo por separado se tiene que las pérdidas de potencia para el caso óptimo fueron de 12.27 MW y para el caso realizado con la metodología propuesta fueron de 11.96 MW presentando una mejora del 2.5%. La grafica con la distribución del voltaje para ambos casos se presenta en la Figura 3-5, se puede apreciar un comportamiento similar para ambas curvas.

**Figura 3-5.** Comparación de los voltajes nodales del sistema entre la mejor solución de la optimización combinatoria y la aplicación de la metodología.



Para revisar el segundo objetivo se compara uno a uno la potencia reactiva de cada generador que se encuentra despachado y se agrupa por nodo 5, 12, 22, 30, 33, 36, 37 y 40. Para ambos casos la potencia reactiva de los generadores conectados a las barras 5, 12 y 33 son cero. Donde se aprecia una diferencia significativa es en la potencia reactiva en los generadores conectados a los nodos 22, 30 y 40. Dado los resultados se puede dar como válida el desarrollo de la metodología.

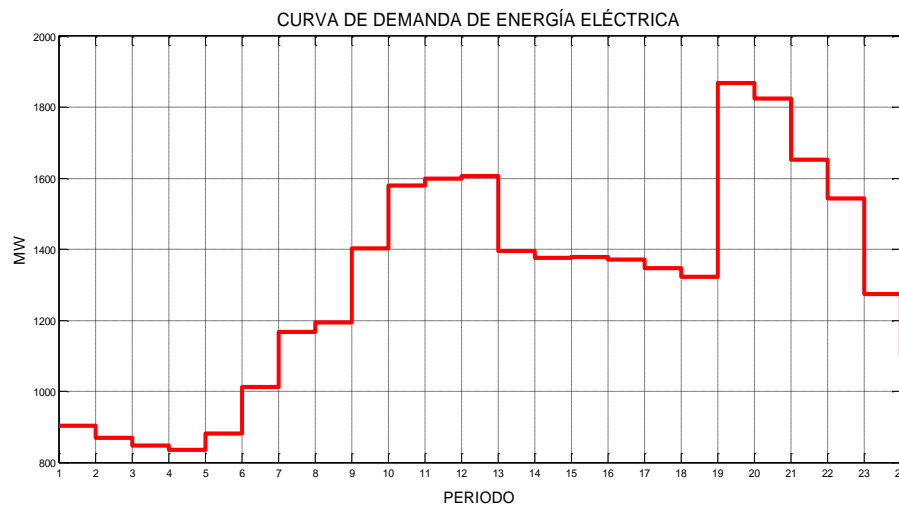
**Figura 3-6** Comparación de la potencia reactiva de los generadores del sistema entre la mejor solución de la optimización combinatoria y la aplicación de la metodología.



### 3.2.3 Optimización multihoraria

Para validar el uso de la función de penalización para la reducción del número de maniobras durante el control de voltaje, se procede con el modelamiento de un despacho de generación para los 24 periodos del día y una curva de demanda de energía para el mismo intervalo de tiempo, asumiendo que no se presentan variaciones de potencia durante el periodo. El comportamiento de esta curva se asemeja a los comportamientos típicos que se presentan en el sistema colombiano tal como se mostró en la sección 2.1.6.

**Figura 3-7.** Curva de demanda de energía sistema eléctrico de prueba.



**Tabla 3-10.** Programa de despacho de las unidades de generación del sistema eléctrico de prueba en MW.

GENERADOR	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24
Generador 4-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 4-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 4-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 5-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 5-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 5-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 9-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0
Generador 9-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	19	0	0	0	0
Generador 9-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 36-1	121	60	60	60	60	121	121	121	121	121	150	121	121	121	121	121	121	121	121	121	121	121	121	121
Generador 36-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 12-1	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
Generador 12-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 12-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Generador 12-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0
Generador 12-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	70	37	0	0	0	0
Generador 12-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	41	30	68	0	0	0	0	0	0	70	70	0	0	0	0
Generador 12-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	70	70	70	0	0	0	0	0	0	70	70	38	70	0	0
Generador 12-8	0	0	0	0	0	0	0	0	3	70	70	70	0	0	0	0	0	0	70	70	70	70	0	0
Generador 17-1	0	0	0	0	0	0	0	0	69	69	69	69	64	44	46	38	14	0	69	69	69	69	0	0
Generador 17-2	0	0	0	0	0	0	0	0	69	69	69	69	69	69	69	69	69	59	69	69	69	69	0	0
Generador 17-3	0	0	0	0	0	0	0	0	69	69	69	69	69	69	69	69	69	69	69	69	55	55	70	0
Generador 13-1	0	0	0	0	0	0	56	84	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	0
Generador 13-2	0	0	0	0	0	0	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	85	67
Generador 22-1	121	105	73	60	106	119	132	132	132	102	102	102	102	102	102	102	102	102	40	40	40	102	102	102
Generador 22-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	30	30	30	30	30	30	30	40	40	40	37	31	30



[illegible]

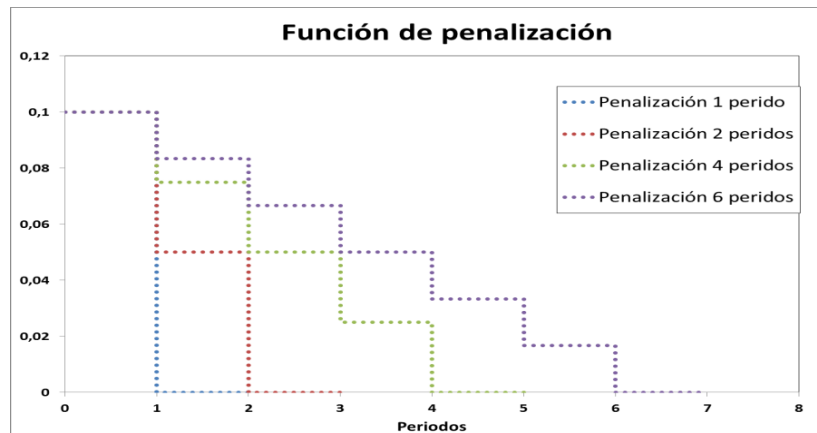
La distribución porcentual de la carga no varía de un periodo a otro y el valor en MW es calculado con base al valor de potencia correspondiente según la curva de la **Figura 3-7**. Las cargas negativas representan inyecciones de potencia entrando en el nodo y positivas saliendo.

**Tabla 3-11.** Detalle de las cargas del sistema eléctrico de prueba en porcentaje de la demanda.

<b>NOMBRE</b>	<b>I</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>	<b>Nombre</b>	<b>I</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>
Carga 1	1	-18,88%	18,20%	Carga 23	23	1,00%	-1,44%
Carga 4	4	0,15%	0,30%	Carga 24	24	6,11%	9,04%
Carga 6	6	2,70%	0,17%	Carga 25	25	8,04%	0,83%
Carga 7	7	3,56%	0,21%	Carga 26	26	1,91%	3,57%
Carga 8	8	8,71%	8,48%	Carga 27	27	2,82%	10,46%
Carga 10	10	9,79%	9,98%	Carga 28	28	6,07%	6,60%
Carga 11	11	8,63%	6,75%	Carga 29	29	3,06%	-0,36%
Carga 12	12	0,70%	-1,73%	Carga 31	31	5,23%	0,43%
Carga 13	13	-8,24%	-9,11%	Carga 32	32	13,52%	7,98%
Carga 14	14	12,28%	11,68%	Carga 33	33	0,15%	1,04%
Carga 15	15	10,97%	3,66%	Carga 34	34	3,17%	0,79%
Carga 16	16	11,59%	-1,25%	Carga 35	35	15,60%	7,31%
Carga 17	17	-3,95%	-3,49%	Carga 37	37	5,84%	5,51%
Carga 19	19	9,15%	2,33%	Carga 38	38	4,40%	1,39%
Carga 20	20	4,16%	2,70%	Carga 39	39	4,76%	1,95%
Carga 21	21	-1,78%	3,99%	Carga 40	40	0,49%	-13,64%
Carga 22	22	-31,70%	5,65%				

- Función de penalización a los cambios de estado de los equipos de compensación conmutable:

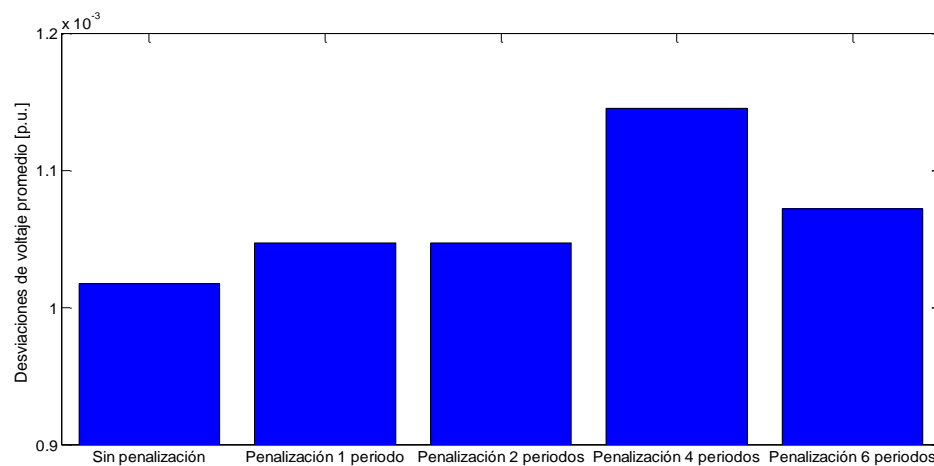
Según lo presentado en la ecuación (2.29) la función de penalización toma su valor máximo en el momento que ocurre un cambio de estado sobre un equipo de compensación y va disminuyendo en el tiempo hasta que llega a 0 en el número de periodos determinado. Para este trabajo se realiza un comparativo de los resultados obtenidos con el modelo de optimización multihoraria para un escenario sin penalización a los cambios de estado de los equipos de compensación, penalizando 1 periodo, 2 periodos, cuatro periodos y 6 periodos. Las curvas de penalización son presentadas en la **Figura 3-8**.

**Figura 3-8.** Funciones de penalización empleadas en la optimización multihoraria.

- Desviaciones de voltaje y pérdidas de potencia eléctrica:

Se cuantifica el promedio de las desviaciones de voltaje nodales con respecto al valor de referencia (1 p.u.) durante los 24 periodos de optimización, para los diferentes escenarios de penalización a los cambios de estado en los equipos de compensación tal como se presenta en la ecuación (3.9).

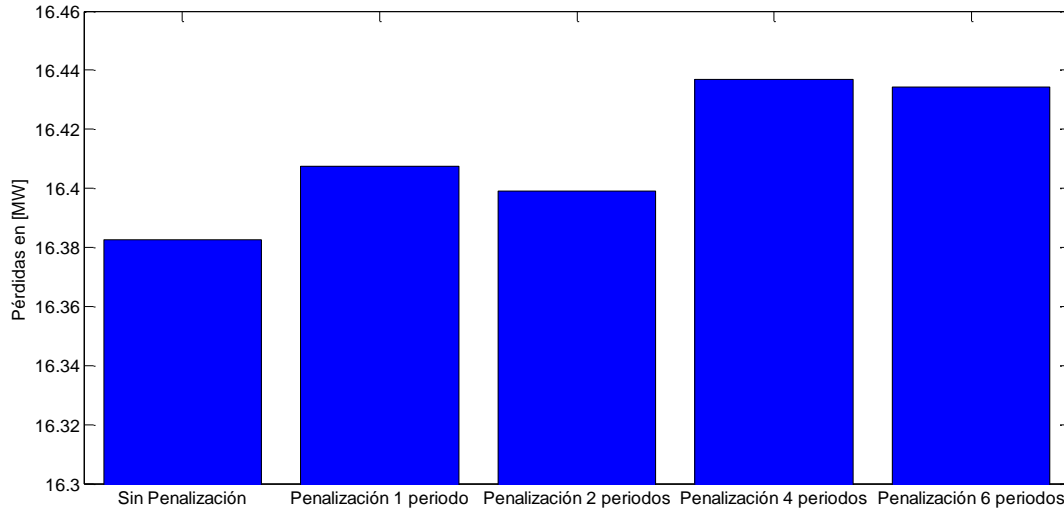
$$\sum_{j=1}^{24} \sum_{i=1}^n (V_{ji} - V_{ref})^2 / 24n \quad (3.9)$$

**Figura 3-9.** Análisis desviaciones de voltaje promedio en los 24 periodos para diferentes factores de penalización

Con respecto a las desviaciones nodales promedio no se observan variaciones significativas entre los diferentes escenarios de penalización analizados.

El total de las pérdidas de potencia eléctrica se calcula haciendo la sumatoria de las pérdidas que se producen en cada elemento de la red, para realizar este cálculo son necesarios los voltajes y ángulos resultantes del proceso de optimización.

**Figura 3-10.** Análisis pérdidas de potencia eléctrica en los 24 periodos para diferentes factores de penalización



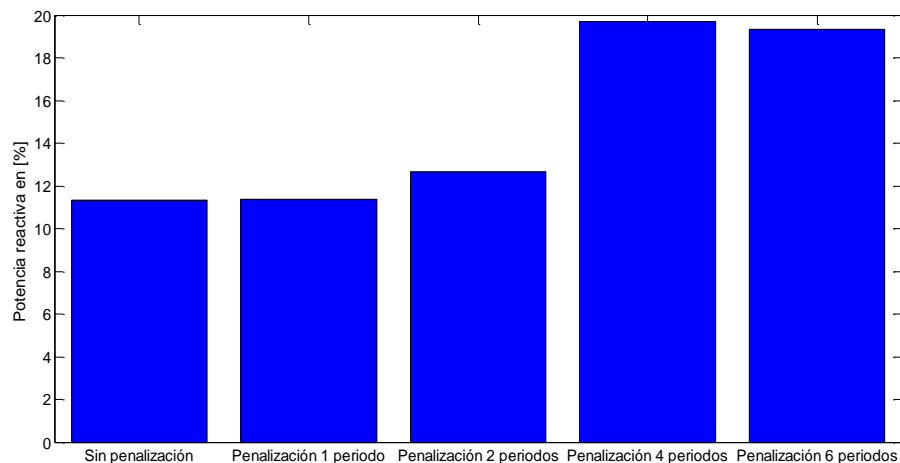
Las pérdidas de potencia eléctrica en el sistema de prueba se mantienen alrededor de los 16 MW para los diferentes escenarios de penalización analizados.

- Potencia reactiva en las unidades de generación:

El total de potencia reactiva por escenario de penalización es calculado como el valor absoluto de la sumatoria de la potencia reactiva de cada generador durante los 24 periodos.

$$\sum_{j=1}^{24} \sum_{i=1}^m \frac{|Q_{ji}|}{F_c} / 24m \quad (3.10)$$

**Figura 3-11.** Análisis potencia reactiva de los generadores en los 24 periodos para diferentes factores de penalización



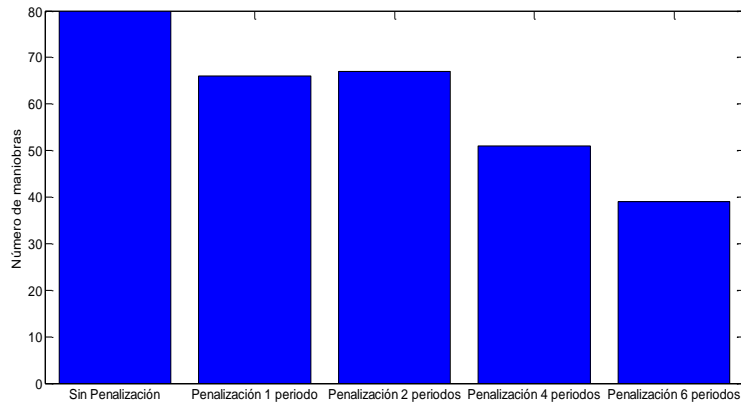
La mejor solución se obtiene cuando se no se penaliza los cambios de estado de los equipos de compensación dando como resultando un 11% de uso de potencia reactiva en promedio de cada generador conectado al sistema. Sin embargo a medida que el número de periodos de penalización va aumentando, se ve un deterioro en la función objetivo donde empieza a subir el porcentaje de uso de potencia reactiva de los generadores hasta obtener un valor máximo alrededor de un 20%.

- Número de maniobras realizadas:

El número de maniobras realizadas representa la cantidad de movimientos necesarios sobre los equipos de compensación para mantener el voltaje dentro de los límites operativos y que minimizan la función objetivo en general. Para calcular este valor se parte de un estado donde todos los equipos se encuentran desconectados y se va contabilizando el cambio de periodo a periodo.

$$\sum_{j=1}^{24} \sum_{i=1}^p |Q_{ij} - Q_{i(j-1)}| \quad (3.11)$$

**Figura 3-12.** Análisis número de maniobras realizadas en los 24 periodos para diferentes factores de penalización



De la **Figura 3-12** se observa cómo disminuye el número de maniobras necesarias para el control de voltaje manteniendo los perfiles dentro de sus límites, a medida que se va aumentando el número de periodos de penalización, logrando en una reducción alrededor de la mitad en comparación con el caso base.

Dado que es una optimización multiobjetivo la disminución del número de maniobras implica mayores desviaciones de voltajes, mayores pérdidas en el sistema y mayor porcentaje de uso de la potencia reactiva de los generadores. Sin embargo en este caso de estudio se observa que el empeoramiento de estos objetivos no es comparable con la reducción del número de maniobras necesarias para el control de voltaje por lo que se podría afirmar que la mejor solución se encuentra cuando se penalizan los cambios de estado durante seis periodos. No obstante la mejor relación entre todos los objetivos depende siempre de las necesidades específicas de cada sistema eléctrico de potencia.

## ***4 Conclusiones y recomendaciones***

### **4.1 Conclusiones**

En este trabajo se propuso una metodología para la operación diaria programada de las maniobras del control de voltaje de acuerdo con la demanda prevista, manteniendo el voltaje dentro de los límites operativos, minimizando las pérdidas de potencia, conservando el margen de potencia reactiva en las unidades de generación y minimizando el número de maniobras requeridas sobre los elementos de compensación.

La metodología propuesta es una versión relajada de un problema combinatorio, el cual no garantiza que se alcance el óptimo global del problema. La validación de ésta metodología fue realizada a través de una búsqueda exploratoria de todas las posibles combinaciones que se producen con los equipos de compensación conmutable y resolviendo para cada uno de estos casos el problema de optimización, al comparar el valor óptimo encontrado de este conjunto de soluciones y el que resulta de aplicar la metodología propuesta se ratifica la validez de la misma.

La aplicación de la metodología propuesta sobre el sistema eléctrico de prueba mostró una baja sensibilidad entre las pérdidas y el número de maniobras, entregando grados de libertad adicionales que permiten minimizar simultáneamente el número de maniobras sin sacrificar los márgenes de operación del sistema en cuanto a perfiles de tensión y reserva de potencia reactiva de los generadores.

## 4.2 Trabajos futuros

Este trabajo fue pensando para un escenario de planeación en el cual mediante unas condiciones de topología y un despacho de los recursos generación previstos se pueden determinar las maniobras requeridas para el control de voltaje con el fin de mantener el sistema bajo unas condiciones de operación definidas. Como trabajo futuro queda la integración de esta metodología en una herramienta de tiempo real, que ayude a los operadores de los sistemas eléctricos en la toma de decisiones en el desarrollo de las maniobras para el control de voltaje.

Esta metodología se puede mejorar incluyendo el movimiento de los cambiadores de tomas de los transformadores en las maniobras requeridas para el control de voltaje, buscando una mejor circulación de la potencia reactiva en el sistema. Esto hace que el nivel de dificultad se incremente, ya que los pasos de los transformadores aumentan el grado de combinatoriedad del problema de optimización.

El método programación cuadrática secuencial SQP fue el empleado en la solución del problema de optimización, la evaluación de otras técnicas de optimización podría dar mejores resultados en cuanto a valor final de función objetivo y tiempos de convergencia.





## A. Anexo: Descripción paso a paso metodología propuesta

El software utilizado para la implementación de las funciones necesarias para la aplicación de la metodología fue Matlab y para resolver el problema se hizo uso del toolbox de optimización que cuenta esta herramienta. La base de datos con los parámetros de los equipos y el punto de operación del sistema fue ingresada a través de Excel siguiendo los modelos definidos en la sección 2.1y se transfiere directamente a Matlab mediante la conexión de estos dos softwares.

Este problema fue resuelto en dos partes, la primera parte se realiza una optimización que no tiene en cuenta los pasos de la compensación conmutable, sino que ésta es modelada como una inyección de potencia reactiva que puede variar de forma continua entre un valor mínimo y máximo definidos por la respectiva combinación mínima y máxima de cada nodo, este paso es utilizado con el fin de acercar el problema a la solución global. Los resultados obtenidos sirven como punto inicial para el siguiente paso, en el cual se agregan las variables auxiliares para determinar una posición óptima de los equipos de compensación.

A continuación, se detalla paso por paso la implementación de la metodología.

- 1. Carga de la información:** Los parámetros del sistema se toman de un archivo de Excel a través de la función de Matlab xlsread.
- 2. Cálculo de la matriz Ybarra:** El primer paso es el cálculo de la matriz Ybarra del sistema. La matriz puede ser una sola si se asume que la topología no cambia durante los periodos de análisis, si esta condición no se mantiene se debe calcular una para cada periodo.
- 3 Definición número de periodos:** Se debe establecer para cuantos periodos se ejecutará la metodología, así mismo como el periodo inicial.

- 4 Análisis de los nodos:** Acorde a clasificación por tipos de nodos definida en la sección 2.1.8, se realiza un barrido sobre todos los nodos del sistema para cada periodo con el fin de llenar la información de los vectores  $V$ ,  $d$ ,  $P$  y  $Q$ , los cuales corresponden a los voltajes, ángulos y potencias nodales.

Dependiendo del tipo de nodo se puede asignar un valor o una variable de decisión, por ejemplo si el nodo corresponde al SLACK, se conoce que este nodo va ser la referencia angular por lo que en la posición  $i$  del vector  $d$  se le asigna 0. Sin embargo en la misma posición para los demás vectores ( $v$ ,  $P$  y  $Q$ ) se asigna una variable de decisión para cada uno. Si se analiza el nodo PQ, en el cual los valores de potencia activa y reactiva son conocidos en la posición  $i$  se asigna el valor real para los vectores  $P$ ,  $Q$  y variables de decisión en la misma posición para los demás vectores ( $V$  y  $d$ ).

- 5 Modelo de las restricciones:** Este problema cuenta con restricciones lineales asociadas a los equipos de compensación y de restricciones no lineales asociadas al modelo de red eléctrica. Para las restricciones lineales se debe agregar al conjunto de variables de decisión las que simulan la posición de los interruptores  $E_{on}$  y  $E_{off}$  definidas en la sección 2.3.3. Para las restricciones no lineales interactúan la matriz  $Y_{barra}$  del sistema y la información de los vectores  $V$ ,  $d$ ,  $P$  y  $Q$ . La descripción detallada de las restricciones fue definida en la sección 2.3.
- 6 Cálculo de los límites:** El límite de las variables de decisión asociadas a voltajes es el determinado por el nodo, para ángulos y para la potencia activa entregada por el nodo SLACK no se tiene límites. Los límites de las variables que simulan la posición de interruptores se encuentran entre 0 y 1, finalmente para la potencia reactiva si es un nodo de generación está determinado por la potencia de la carga conectada al nodo y el número de generadores en servicio. Si es de compensación se tiene en cuenta la potencia de la carga y la combinación que produce la potencia reactiva mínima y máxima.

$$V_{min} \leq V_i \leq V_{max} \quad (A.1)$$

$$-\infty \leq d_i \leq \infty \quad (A.2)$$

$$-\infty \leq P_i \leq \infty \quad (A.3)$$

$$-Q_{t,i} + Q_{L,i} \leq Q_{gen,i} \leq Q_{B,i} + Q_{L,i} \quad (A.4)$$

$$-Q_{Cmin,i} + Q_{L,i} \leq Q_{C,i} \leq Q_{Cmax,i} + Q_{L,i} \quad (A.5)$$

- 7 Punto inicial:** En la primera optimización se ajusta el punto inicial a las condiciones básicas de un flujo de carga.

$$V_i = 1 \quad (A.6)$$

$$d_i = 0 \quad (A.7)$$

$$P_i = 0 \quad (A.8)$$

$$Q_i = Q_{L,i} \quad (A.9)$$

La segunda optimización se diferencia de la primera en que se agregan las restricciones que modelan la compensación conmutable, por lo tanto para la inicialización de las variables se parte de los resultados obtenidos de la primera iteración y las variables auxiliares  $E_{on}$  y  $E_{off}$  se inicializan en 0.5, el cual hace que la restricción tome su valor máximo.

- 8 Solución al problema:** La solución se realizó a través de la función `fmincon` de Matlab, que permite encontrar el valor mínimo de un problema de optimización multiobjetivo con restricciones lineales y no lineales. Los parámetros de entrada y salida utilizados son los siguientes:

$$[x,fval,exitflag]= \textbf{fmincon}(\textbf{fun},x0,\textbf{A},\textbf{b},\textbf{Aeq},\textbf{beq},\textbf{lb},\textbf{ub},\textbf{nonlcon},\textbf{options})$$

**x:** Variables de decisión del problema

**fval:** Valor función objetivo.

**exitflag:** Bandera de salida.

**fun:** Función objetivo.

**x0:** Punto inicial.

**A, b:** Restricciones de desigualdad  $Ax \leq b$ .

**Aeq, beq:** Restricciones de igualdad  $Aeqx = beq$

**lb, ub:** Límite inferior y superior.

**nonlcon:** Restricciones de igualdad y desigualdad no lineales.

**options:** Opciones

- 9. Cálculo de las pérdidas:** Se realiza el cálculo de las pérdidas del sistema con los voltajes y ángulos nodales tal como se define en la ecuación (2.22).
- 10. Ajustar penalización de maniobras:** Con el resultado final se actualizan los valores de penalización a las maniobras sobre los equipos conmutables para ser utilizados en el siguiente periodo, tal cual se define en la sección 2.2.3.



# Bibliografía

- [1] Florencio Aboyetes García, *Control de potencia reactiva-voltaje en sistemas eléctricos de potencia*. México, 1991.
- [2] null, "Optimal Voltage Control of PJM Smart Transmission Grid: Study, Implementation, and Evaluation," *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 4, no. 3, pp. 1665–1674, Sep. 2013.
- [3] H. Huang, J. Chen, Z. Gao, C. Gao, W. Huang, and Z. Wei, "Research and development of multivariable coordinated automatic voltage control system for Guizhou power grid," in *2011 International Conference on Advanced Power System Automation and Protection (APAP)*, 2011, vol. 1, pp. 677–682.
- [4] J. Vanishree and V. Ramesh, "Voltage profile improvement in power systems - A review," in *2014 International Conference on Advances in Electrical Engineering (ICAEE)*, 2014, pp. 1–4.
- [5] "Voltage Control Methods in Power System," *Electrical Theory and Practice Tests*. .
- [6] M. Ilic-Spong, J. Christensen, and K. L. Eichorn, "Secondary voltage control using pilot point information," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 3, no. 2, pp. 660–668, May 1988.
- [7] J. P. Paul, J. Y. Leost, and J. M. Tesserou, "Survey of the Secondary Voltage Control in France: Present Realization and Investigations," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. PER-7, no. 5, pp. 55–56, May 1987.
- [8] V. Alimisis and P. C. Taylor, "Zoning Evaluation for Improved Coordinated Automatic Voltage Control," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 30, no. 5, pp. 2736–2746, Sep. 2015.

- [9] H. Hua, C. Jianhua, G. ZongHe, G. ChangPei, H. WenWei, and W. Zhen, "Research and development of multivariable coordinated automatic voltage control system for Guizhou power grid," in *2011 International Conference on Advanced Power System Automation and Protection (APAP)*, 2011, vol. 1, pp. 677–682.
- [10] CREG, "Resolución 025 de 1995." 13-Jul-1995.
- [11] XM filial de ISA, "Control de Voltaje en Sistemas Eléctricos de Potencia." [Online]. Available:  
[http://www.xm.com.co/MemoriasCapacitacionEMSA/Control\\_Voltaje/Control\\_Voltaje.pdf](http://www.xm.com.co/MemoriasCapacitacionEMSA/Control_Voltaje/Control_Voltaje.pdf). [Accessed: 21-Nov-2016].
- [12] CREG, "Resolución 080 de 1999." .
- [13] CREG, "GESTIÓN DEL FLUJO DE POTENCIA REACTIVA," 08-Mar-2005. [Online]. Available:  
[http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1c09d18d2d5ffb5b05256eee00709c02/8f0d46ae7d55f6640525785a007a6b74/\\$FILE/D-018%20GESTI%C3%93N%20DEL%20FLUJO%20DE%20POTENCIA%20REACTIV A.pdf](http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1c09d18d2d5ffb5b05256eee00709c02/8f0d46ae7d55f6640525785a007a6b74/$FILE/D-018%20GESTI%C3%93N%20DEL%20FLUJO%20DE%20POTENCIA%20REACTIV A.pdf). [Accessed: 19-Nov-2016].
- [14] Andrés Ramos, Pedro Sánchez, José María Ferrer, Julian Barquín, and Pedro Linares, "Modelos matemáticos de optimización," Universidad Pontificia Comillas ICAI-ICADE, 2010.
- [15] Lino Coria Cisneros, "Cálculo de parámetros y operación en estado estacionario de líneas de transmisión." .
- [16] Raúl Bianchi Lastra, "Modelos de líneas de transmisión en estado estacionario," *Teoría de la transmisión de la energía eléctrica*. Universidad Nacional de la Plata.
- [17] M. S. Calovic, "Modeling and Analysis of Under-Load Tap-Changing Transformer Control Systems," *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-103, no. 7, pp. 1909–1915, Jul. 1984.
- [18] Carlos Grande-Moran, "Modeling of Two-Winding Voltage Regulating Transformers for Positive Sequence Load Flow Analysis in PSS®E." SIEMENS.



- [19] Carlos Ornelas, William Marchena, and Frednides Guillen, "Modelo polinomial para cargas estáticas," 2007-15, May 2007.
- [20] Manuel Eduardo Martínez Marroquín, "Guía para la determinación de límites de operación, curva capacidad, pruebas y mantenimiento predictivo de generadores síncronos," Universidad de San Carlos De Guatemala, Guatemala, 2003.
- [21] H. Zein and Y. Sabri, "Involving generator capability curves in optimal power flow," in *2015 2nd International Conference on Information Technology, Computer, and Electrical Engineering (ICITACEE)*, 2015, pp. 347–351.
- [22] Antonio Escobar Zuluaga, "Elementos básicos para el análisis de los sistemas de potencia." 2011.
- [23] Gabriel Fernando Páez Méndez, "Regulación terciaria de frecuencia en un sistema eléctrico de potencia usando como criterio adicional las condiciones angulares," Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2014.
- [24] "Demanda de Electricidad." [Online]. Available: <http://www.xm.com.co/Pages/DemandadeElectricidad.aspx>. [Accessed: 21-Nov-2016].
- [25] Jhon J. Grainger and William D. Stevenson Jr., *Análisis de sistemas de potencia*. McGraw Hill.
- [26] Alcir José Monticelli., *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. Edgard Blücher Ltda, 1983.
- [27] Carleton Coffrin and Van Hentenryck, "A Linear-Programming Approximation of AC Power Flows," Aug. 2013.
- [28] Ernesto Galeano Sánchez and Víctor Hugo Montoya Corrales, "Optimización multiobjetivo de la operación en sistemas automatizados de distribución de energía eléctrica," Universidad Tecnológica De Pereira, Pereira, 2008.
- [29] F. Dong, B. H. Chowdhury, M. L. Crow, and L. Acar, "Improving voltage stability by reactive power reserve management," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 1, pp. 338–345, Feb. 2005.

- [30]Rodrigo Palma B., Juan Pérez R., and Jaime Núñez D., "Flujo de Potencia Óptimo con Programación Cuadrática Secuencial," Departamento de Ingeniería Eléctrica - Universidad de Chile, Santiago - Chile.
- [31]B. Goldengorin, *Optimization and Its Applications in Control and Data Sciences: In Honor of Boris T. Polyak's 80th Birthday*. Springer, 2016.
- [32]Matthias Ehrgott, "Vilfredo Pareto and Multi-objective Optimization." 2010.